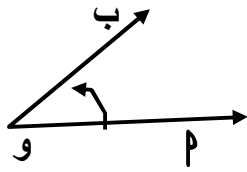


ثانيا حساب المثلثات : الفصل الثالث قياس الزاوية

تعريف الزاوية الموجهة : هي اتحاد زوج مرتب من شعاعين لهما نقطة بداية واحدة

حيث يسمى الشعاعين **ضلعي الزاوية** ، نقطة البداية رأس الزاوية .

مثل m و n و b ضلعاها (و m ، و b) ، و m ضلع ابتدائي ، و b ضلع نهائي



القياس الموجب للزاوية الموجهة ..

إذا كان الإتجاه من الضلع الابتدائي إلى الضلع النهائي عكس عقارب الساعة .

القياس السالب للزاوية الموجهة :

إذا كان الإتجاه من الضلع الابتدائي إلى الضلع النهائي مع عقارب الساعة .

الوضع القياسي للزاوية الموجهة : إذا كان ضلعاها الابتدائي هو محور السينات و رأسها نقطة الأصل

ملاحظات هامة :- [١] الزاوية الموجهة m و b و 1 الزاوية الموجهة m و b و 1

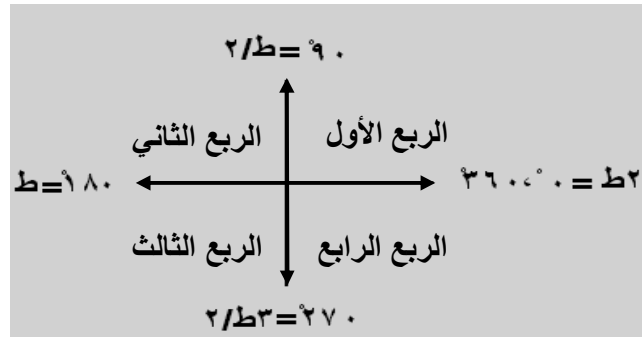
[٢] لكل زاوية موجهة في وضعها القياسي قياسان أحدهما موجب و الآخر سالب بحيث يكون

مجموعهما العددي 360°

مثل: $(120^\circ, -240^\circ) * (150^\circ, -210^\circ) * (300^\circ, -60^\circ) \dots$

طرق قياس الزاوية :- [القياس الستيني و القياس الدائري]

أولاً القياس الستيني :- وحدة قياسه هي الدرجات والدقائق والثواني بحيث $1^\circ = 60'$ ، $1' = 60''$



ملاحظات هامة جداً

(١) ينقسم المستوي إلى أربعة أرباع كما هو موضح

(٢) الزوايا المتكافئة : هي الزوايا التي لها ضلع

نهائي واحد و تكون الزوايا التي تكافئ

$$m = n + 360^\circ$$

- أي نجمع أو نطرح 360° للحصول علي زوايا متكافئة

(٣) لمعرفة الربع الذي تقع فيه الزاوية لابد وأن تكون موجبة و محصورة في $[0^\circ, 360^\circ]$

مثال: حدد الربع الذي تقع فيه الزوايا الآتية - ثم أوجد زاوية مكافئة لكل منها ؟

(١) 440° (٢) 140° (٣) 840° (٤) 400° (٥) $5/ط$

الحل :- (١) $440^\circ = 440^\circ - (360^\circ) = 80^\circ$ تقع في الربع الأول ، ، 440° تكافئ 80°

(٢) $140^\circ = 140^\circ - 360^\circ = -220^\circ$: تقع في الربع الثالث ، و تكافئ 220°

(٣) $840^\circ = 840^\circ - (360^\circ \times 2) = 120^\circ$: تقع في الربع الثاني و تكافئ 120°

(٤) $440^\circ = 440^\circ - (360^\circ \times 2) = 320^\circ$: تقع في الربع الرابع و تكافئ 320°

(٥) $5/ط = 5/180^\circ = 36^\circ$: تقع في الربع الأول و تكافئ $36^\circ + 360^\circ = 396^\circ$

٢- الزاوية التي قياسها 65° تكافئ زاوية موجبة قياسها ، وتكافئ زاوية سالبة قياسها ...

[295° ، 425°]

r ثانياً القياس الدائري ..

- القياس الدائري لزوايا مركزية تحصر قوس طوله ل في دائرة طول نصف قطرها نق هو

$$\frac{ل}{هـ} = \frac{ل}{نق} \quad \text{b} \quad \frac{ل}{نق} = \frac{ل}{هـ} \times \frac{نق}{هـ}$$

تعريف الزاوية النصف قطريّة: هي زاوية مركزية تحصر قوس طوله = طول نصف قطر الدائرة.

مثال ١: زاوية مركزية في دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم تحصر قوس طوله ٢٥ سم

- أوجد قياسها بالتقدير الدائري ؟

الحل:- $ل = ٢٥$ ، $نق = ١٥$ سم \ $هـ = \frac{ل}{نق} = \frac{٢٥}{١٥} = ١,٦٦$ °

(٢) زاوية مركزية قياسها ١,٢ ° تحصر قوس طوله ١٢ سم - أوجد طول نصف قطر هذه الدائرة ؟

الحل:- $هـ = ١,٢$ ° ، $ل = ١٢$ سم \ $نق = \frac{ل}{هـ} = \frac{١٢}{١,٢} = ١٠$ سم

(٣) زاوية مركزية قياسها ٢,٢ ° في دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم - أوجد طول القوس الذي تحصره

الحل:- $هـ = ٢,٢$ ° ، $نق = ١٥$ سم \ $ل = هـ \times نق = ٢,٢ \times ١٥ = ٣٣$ سم ..

(٤) زاوية مركزية تحصر قوس طوله ٢٠ سم في دائرة محيطها ٤٤ سم - أوجد قياسها الدائري ؟

الحل:- $ل = ٢٠$ سم ، محيط الدائرة = ٤٤ ط نق \ $٤٤ = ٢ \times (٧ / ٢٢) \times نق$ \ $نق = ٧$ سم

\ $هـ = \frac{ل}{نق} = \frac{٢٠}{٧} = ٢,٨٦$ ° #

b العلاقة بين التقديرين الدائري والستيني:-

$$\frac{هـ \times ١٨٠}{ط} = س^\circ$$

$$\frac{ط \times س^\circ}{١٨٠} = هـ$$

$$\frac{س^\circ}{١٨٠} = \frac{هـ}{ط}$$

مثال ٥: أوجد القياس الدائري للزاويا الآتية [٢٢٥ ° ، ٢٤٠ ° ، ٢٠ ° ، ٤٠ / ط]

الحل:-

$س^\circ = ٢٢٥$ \ $هـ = \frac{س^\circ \times ط}{١٨٠} = \frac{٢٢٥ \times ط}{١٨٠} = ٣,٩$ لاحظ أن ط = ٢٢ / ٧

- $س^\circ = ٢٤٠ = ٣٦٠ + ٢٤٠ = ٦٠$ \ $هـ = ط \times \frac{٦٠}{١٨٠} = ٢,١$

A- $س^\circ = ٢٠ = ٣٦٠ - ٢٤٠ = ٦٠$ \ $هـ = ط \times \frac{٦٠}{١٨٠} = ١,٠٤٧$

A- $س^\circ = ٤٠ / ط = ٥ \div ١٨٠ \times ٤ = ١٤٤$ \ $هـ = ط \times \frac{١٤٤}{١٨٠} = ٢,٥$ #

(٦) أوجد القياس الستيني لكل من ١,١° ط ٥ - ١٦/٥ ط ٥

الحل:- هـ = ١,١° \ س = ١٨٠ × ١,١ / ٥ ط ٥ = ٦٣°

هـ = ١٦/٥ ط ٥ \ س = ١٨٠ × ١٦/٥ ط ٥ = ٥٦,٢٥°

(٧) زاوية مركزية تحصر قوس طوله ٢٨ سم في دائرة طول قطرها ٢٤ سم .

- أوجد قياسها الدائري و الستيني ؟

الحل:- ل = ٢٨ سم ، نق = ٢/٢٤ = ١٢ سم \ هـ = ١٢ / ٢٨ = ٢,٣°

س = ١٨٠ × ٢,٣ / ٥ ط ٥ = ١٣٣,٧٥ = ١٣٣° ٤٥'

(٨) أوجد طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها ١٤٠° في دائرة طول نصف قطرها ١٠ سم ..

الحل:-

س = ١٤٠° \ هـ = ١٨٠ × ١٤٠ / ٥ ط ٥ = ٢,٤٤°

ل = هـ × نق = ٢,٤٤ × ١٠ = ٢٤,٤ سم

(٩) D م ب ج فيه م (ب) = ١,٢° ، م (ج) = ٥٠°

- أوجد م (ب) بالتقديرين الدائري و الستيني ..

الحل:- م (ب) = ١٨٠ × ١,٢ / ٥ ط ٥ = ٦٨,٧°

م (ب) = ١٨٠ - (٦٨,٧ + ٥٠) = ٦١,٣° \ القياس الستيني

م = ١٨٠ × ٦١,٣ / ٥ ط ٥ = ١,٠٧° \ القياس الدائري ..

(١٠) دائرة م ، ب ، نقطتان عليها بحيث م (ب) = ٩٨° ، م (ب) = ٥ سم - إحسب طول م ب

الحل:- م (ب) = ٩٨° \ س = ٩٨° ، م (ب) = ٥ سم \ نق = ٥ سم

هـ = ٩٨° \ س = ٩٨° = ١٨٠ × ٩٨ / ٥ ط ٥ = ١,٧°

ل = هـ × نق = ١,٧ × ٥ = ٨,٥ سم \ طول م ب = ٨,٥ سم #

(١١) D م ب ج النسبة بين قياسات زواياه ٣ : ٤ : ٥ - أوجد القياس الستيني و الدائري لـ م ج

الحل:- م : ب : ج = ٣ : ٤ : ٥

\ نفرض أن م (ب) = ٣ ك ، م (ج) = ٤ ك ، م (ج) = ٥ ك

١٨٠ = م + ب + ج = ٣ ك + ٤ ك + ٥ ك = ١٢ ك \ ١٨٠ = ١٢ ك \ ١٥ = ك

م (ج) = ٥ ك = ٥ × ١٥ = ٧٥° \ القياس الستيني G

ج = ٧٥° = ١٨٠ × ٧٥ / ٥ ط ٥ = ١,٣° \ ج = ١,٣° ..#

(١٢) أوجد بدلالة ط طول القوس الذي تحصره زاوية مركزية قياسها ١٠٠° في دائرة طول نصف قطرها ٧ سم

$$\text{الحل:} \therefore \text{س}^\circ = 100^\circ \setminus \text{ه}^\circ = \frac{\text{س}^\circ \times \text{ط}}{180} = \frac{100 \times \text{ط}}{180} = \frac{5}{9} \text{ ط}$$

$$\setminus \text{ل} = \text{ه}^\circ \times \text{نق} = \frac{5}{9} \text{ ط} \times 7 = \frac{35}{9} \text{ ط} \quad \#$$

(١٣) زاويتان متكاملتان الفرق بينهما $(\frac{\text{ط}}{3})^\circ$ - أوجد قياس الزاويتين بالتقديرين الستيني و الدائري .
الحل: - نفرض أن الزاويتين س ، ص

$$\begin{aligned} & \text{A الزاويتان متكاملتان} \\ & \text{A ، الفرق بينهما} = (\frac{\text{ط}}{3})^\circ = \frac{180}{3} = 60^\circ \setminus \text{س} - \text{ص} = 60^\circ \text{ ----- (٢) ، بالجمع} \\ & \setminus \text{س} = 240^\circ \text{ b س} = 120^\circ \text{ ، بالتعويض} \setminus \text{ص} = 60^\circ \text{ [أكمل بالتحويل للدائري]} \end{aligned}$$

4 تمارين قياس الزاوية :-

- (١) حدد الربع الذي تقع فيه الزوايا الآتية ٥٧° ، ٢٢٠° ، ٥٠٠° ، ٥١٠° ، ٦٠° ، ٣٠٠°
(٢) أوجد زاويتين تكافئ كل زاوية مما يأتي: ٦٥° ، ١٠٠° ، ١٤٠° ، ١٥٠° ، ١٨٠°
(٣) أكمل ما يأتي

- (P) الزاوية التي قياسها ١٢٠° يكون قياسها السالب هو و تقع في الربع
(ب) الزاوية التي قياسها ٣٠٠° قياسها الموجب = و تقع في الربع
(ج) الزاوية التي قياسها ٤٥° تكافئ زاوية موجبة قياسها و تكافئ زاوية سالبة قياسها

- (٥) أوجد التقدير الدائري للزاوية المركزية التي تحصر قوس طوله ٢٠ سم في دائرة طول نصف قطرها ١٢ سم
(٦) زاوية مركزية في دائرة طول قطرها ٣٠ سم تقابل قوس طوله ٤٥ سم - أوجد قياسها الدائري ؟
(٧) أوجد طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها ٢٠,٢° في دائرة طول نصف قطرها ٢٠ سم
(٨) زاوية مركزية قياسها ٢° و تقابل قوس طوله ١٥ سم - أوجد طول نصف قطر دائرتها .
(٩) أوجد القياس الدائري للزوايا الآتية :

$$(P) 60^\circ , (ب) 200^\circ , (ج) 160^\circ , (د) 600^\circ , (هـ) \frac{5}{9} \text{ ط}$$

(١٠) أوجد التقدير الستيني للزوايا الآتية:

$$(P) 1,3^\circ \quad (ب) 4^\circ \quad (ج) 0,75 \text{ ط}^\circ \quad (د) 2,2^\circ \quad (هـ) \frac{5}{4} \text{ ط}^\circ$$

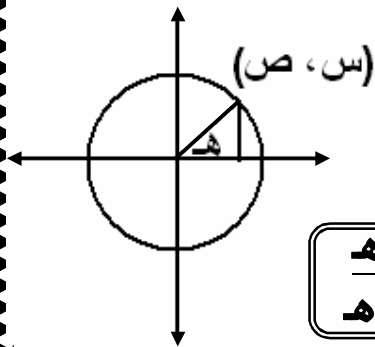
- (١١) دائرة طول نصف قطرها ١٠ سم - أوجد القياس الدائري و الستيني للزاوية المركزية التي تقابل قوس طوله ١٥ سم ؟
(١٢) زاوية مركزية قياسها ١٢٠° في دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم - أوجد طول القوس المقابل لهذه الزاوية ؟

- (١٣) زاوية مركزية قياسها ١٦٠° ، تحصر قوس طوله ٢٥ سم - أوجد طول نصف قطر دائرتها
(١٤) D (P م) ب ج فيه و ، (P م) = ٧٠° ، و (م ب) = ١,٣° أوجد و (م ج) بالتقدير الستيني و الدائري
(١٥) زاويتان مجموعهما ٨٠° ، الفرق بينهما $(\frac{\text{ط}}{5})^\circ$ - أوجد قياسهما بالتقديرين الستيني و الدائري ..
[٢٢ ، ٥٨]



- (١٦) في الشكل : D م ب ج = ٨ سم ، م قائمة
- أوجد محيط الشكل المثلث

تعريف: إذا كان الضلع النهائي لزاوية موجهة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (س ، ص) فإن



$$\frac{\text{جاء}}{\text{جاءه}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} = (٣) \text{ ظاه} ، (٢) \text{ جتاه} = \text{س} ، (١) \text{ جاءه} = \text{ص}$$

- و تسمى هذه الدوال الثلاثة بالدوال المثلثية الأساسية

مقلوبات الدوال المثلثية..

(۱) قتاھ = $\frac{1}{ص}$ = $\frac{1}{جاھ}$ (۲) قاھ = $\frac{1}{س}$ = $\frac{1}{جتاھ}$ (۳) ظناھ = $\frac{1}{ص}$ = $\frac{1}{جتاھ}$

مثال ١: إذا كان الضلع النهائي لزاوية (هـ) في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (٠,٦ ، ٠,٨) - أوجد الدوال المثلثية لهذه الزاوية ؟

القول:- ج ا ه = ص = ٠,٨ ، ، ج ت ا ه = س = ٠,٦ ، ظ ا ه = ص / س = ٠,٨ / ٠,٦ = ٤/٣

(١) [إشارات الدوال المثلثية] كما هو مبين في الشكل
و يجب قبل تحديد إشارة الدالة المثلثية تحديد الربع
[٢] إذا كان الضلع النهائي للزاوية الموجهة في
وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة
(س، ص) فإن $\underline{س} + \underline{ص} = ١$

مثال ٢ : حدد إشارات الدوال الآتية

جا ٦٠ ، جتا ٢٤٠ ، ظا ٢١٠ ، قا ٣٠٠ ، ظا- ٣٠٠

٦٠. تقع في الربع الأول \ جا ٦٠ (+)

٢٤٠. تقع في الربع الثالث \ جتا. ٢٤٠ (-)

٢١٠. تقع في الربع الثالث \ ظ١٠ (+) ، ٣٠٠ في الربع الرابع \ قا ٣٠٠ (+)

∴ ۳۰ = ۳۳۰ فی الرابع \ ظا - ۳۰ (-)

مثال ٣: إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (س، $\frac{3}{5}$) - فأوجد قيمة س حيث س $\in [0, 2\pi]$ - ثم أوجد جـ ا هـ ، ظ ا هـ ، ق ا هـ

[illegible]

$\frac{4}{5} = \text{قاه}$ ، $\frac{4}{3} = \frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = \text{ظاه}$ ، $\frac{3}{5} = \text{جاه}$ \

(٤) إذا كان الضلع النهائي لزاوية m و p وب في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة
 (٦، ٠)، ص - فأوجد قيمة ص حيث ص = ع . - ثم أوجد ظا p وب ، ، قتا p وب
الحل:- A س^٢ + ص^٢ = ١ \ (٠، ٦) = ص^٢ + ١ = ص^٢ + ٠،٣٦ = ١ \ ص^٢ = ٠،٣٦ - ١ = -٠،٣٦
 \ ص^٢ = ٠،٦٤ = ص \ ص = ٠،٨= (مرفوض) أ، ص = -٠،٨ \ النقطة هي (٠، ٨-، ٠، ٦)
 \ ظا p وب = -٠،٦ / ٠،٨ = -٣ / ٤ ، ، قتا p وب = ١ / -٠،٨ = -٥ / ٤ #

(٥) إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (٢س ، س) فأوجد قيمة س الموجبة - ثم أوجد جا هـ ، قا هـ

الحل:- ∴ س = ص + ص = ١ (٢س) + ١ = ١ ∴ ٤س + ١ = ١ ∴ ١ = ١ ∴ ١ = ١

\ س^١ = $\frac{1}{5}$ \ س^٢ = $\frac{2}{5}$ \ النقطة هي $(\frac{1}{5}, \frac{2}{5})$
 \ جا ه = $\frac{1}{5}$ ، قا ه = $\frac{5}{2}$.. # ..

r تقارین ::

(١) حدد إشارات الدوال المثلثية الآتية:

جا ١١٠ ، جتا ٢١٠ ، ظا ٣١٥ ، قا ٤٥ ، ظا - ٣٠٠ ، قتا ٥٠٠ ، ظتا ٤٢٠

(٢) إذا كانت $s = 2, 4$ فالوجد (m, s) بالتقدير الستيني ثم حدد إشارة J اس، جتا، س، ظا

(٣) إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (٨، ٠، ص) فأوجد قيمة ص حيث ص = ع' - ثم أوجد الدوال المثلثية لزاوية هـ

(٤) إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (س ، $\frac{1}{2}$)
- فأوجد قيمة س الموجبة . ثم أوجد ظ هـ ، جا هـ ، قتا هـ

(٥) إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (س ، ٣س) فأوجد قيمة س الموجبة . - ثم أوجد جتا هـ ، جا هـ ، ظلنا هـ .

(٦) إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (س، $\frac{1}{\sqrt{2}}$) فأوجد قيمة س السالبة - ثم أوجد الدوال المثلثية لزاوية هـ

(٧) إذا كانت جتا $\frac{4}{5}$ حيث m - حادة . فأوجد الدوال المثلثية لـ m - هـ ؟

(٨) إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (س ، س) ، فأوجد قيمة س حيث $s < 0$. ثم أوجد الدوال المثلثية لزاوية هـ .. [س=١/٢]

(٩) إذا كان زاوية هـ في وضعها القياسي يقطع ضلعها النهائي دائرة الوحدة في النقطة (٠, ٦ - ٢) ، كانت ظا هـ $0 < \text{ظا هـ}$ - فأوجد قيمة ٢ ، ظا هـ ..

(١٠) إذا كان الضلع النهائي لزاوية جـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (س ، ٥ ، ٠) حيث $\alpha > ٠$ - فأوجد قيمة س ، α جـ ، قـ جـ

؟ الدوال المثلثية للزوايا الخاصة:-

- الدوال المثلثية للزوايا الخاصة ..

الدالة / الزاوية	٣٠	٤٥	٦٠	٩٠	١٨٠	٢٧٠	٣٦٠، صفر
جا	٠,٥	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	١	صفر	١ -	صفر
جتا	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	٠,٥	صفر	١ -	صفر	١
ظا	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	١	$\sqrt{3}$	غير معرف	صفر	غير معرف	صفر

مثال: بدون استخدام الآلة أوجد قيمة كلاً مما يأتي .

(١) جا ٣٠ جتا ٦٠ + جا ٩٠ - جتا ٤٥ (٢) جتا ٣٠ ظا ٦٠ + جا ٤٥ - جتا ١٨٠

الحل:-

(١) المقدار = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ **لاحظ أن جتا هـ = (جتا هـ)**

(٢) المقدار = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - (1 - \frac{1}{2}) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ **#**

(٣) جتا ٩٠ + جتا ١٨٠ + جتا ٢٧٠ + جتا ٤٥

الحل:- المقدار = $0 + (-1) + 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ **صفر**

(٤) ظا ٦٠ - قا ٦٠ + جا ٩٠ + جا ٤٥ جتا ٤٥

الحل:- المقدار = $\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ **الحل:-** المقدار = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

(٥) إثبت أن جا ٣٠ جتا ٦٠ + جتا ٣٠ جا ٦٠ = جا ٩٠

الحل:- الطرف الأيمن = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$ **الحل:-** الطرف الأيمن = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$ **الحل:-** الطرف الأيمن = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$

A جا ٩٠ = ١ ----- (٢) متساويان \ الطرفان متساويان ..

b تمرين :- (I) بدون الآلة أوجد قيمة كلاً مما يأتي .

(١) ٣ جا ٣٠ ظا ٤٥ - قا ٤٥ - ظا ٦٠ [٥,٥-] (٢) ٢ جا ٣٠ + جا ٦٠ - ظا ٤٥ × جتا ١٨٠ [٤/١١]

(٣) قا ٦٠ - جا ٤٥ + جا ٢٧٠ [١-] (٤) ظا ٦٠ - ظا ٤٥ [٣-] **الحل:-** المقدار = $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

(٥) إذا كان $p = 15$ ، $p + b = 105$ - فأوجد قيمة جا p + جتا p - ظا p .. [٤/٧-]

(II) إثبت أن:-

(٦) جتا ٣٠ جتا ٦٠ - جا ٣٠ جا ٦٠ = جتا ٩٠ (٧) ٢ جا ٣٠ جتا ٣٠ = جا ٦٠ جتا ١٨٠

(٨) $\frac{2 \text{ ظا } ٣٠}{٣٠ \text{ ظا } ١} = ٦٠$ (٩) جا ٩٠ = ٢ جا ٤٥ جتا ٤٥ + ٣ جتا ٢٧٠

(١٠) قا ٦٠ ظا ٣٠ = ٦٠ ظا ٤٥ جتا ٤٥ (١١) جتا ٦٠ = ٢ جتا ٣٠ + جتا ١٨٠

(١٢) ٣ ظا ٤٥ - ٢ جا ٦٠ جتا ٣٠ = ١,٥ جا ٩٠ ..

b قابع الخواص..

[٢] الدوال المثلثية للزاويتين [هـ ، ٩٠ + هـ]

$$(١) \text{ جا } (٩٠ + \text{هـ}) = \text{جتا هـ} \quad (٢) \text{ جتا } (٩٠ + \text{هـ}) = -\text{جا هـ} \quad (٣) \text{ ظا } (٩٠ + \text{هـ}) = -\text{ظها هـ}$$

[٣] الدوال المثلثية للزاويتين [هـ ، ١٨٠ - هـ]

$$(١) \text{ جا } (١٨٠ - \text{هـ}) = -\text{جا هـ} \quad (٢) \text{ جتا } (١٨٠ - \text{هـ}) = -\text{جتا هـ} \quad (٣) \text{ ظا } (١٨٠ - \text{هـ}) = -\text{ظها هـ}$$

[٤] الدوال المثلثية للزاويتين [هـ ، ١٨٠ + هـ]

$$(١) \text{ جا } (١٨٠ + \text{هـ}) = -\text{جا هـ} \quad (٢) \text{ جتا } (١٨٠ + \text{هـ}) = -\text{جتا هـ} \quad (٣) \text{ ظا } (١٨٠ + \text{هـ}) = \text{ظها هـ}$$

[٥] الدوال المثلثية للزاويتين [هـ ، ٣٦٠ - هـ]

$$(١) \text{ جا } (٣٦٠ - \text{هـ}) = \text{جا هـ} \quad (٢) \text{ جتا } (٣٦٠ - \text{هـ}) = \text{جتا هـ} \quad (٣) \text{ ظا } (٣٦٠ - \text{هـ}) = -\text{ظها هـ}$$

[٦] الدوال المثلثية للزاويتين [هـ ، ٢٧٠ - هـ]

$$(١) \text{ جا } (٢٧٠ - \text{هـ}) = -\text{جتا هـ} \quad (٢) \text{ جتا } (٢٧٠ - \text{هـ}) = -\text{جا هـ} \quad (٣) \text{ ظا } (٢٧٠ - \text{هـ}) = \text{ظها هـ}$$

[٧] الدوال المثلثية للزاويتين [هـ ، ٢٧٠ + هـ]

$$(١) \text{ جا } (٢٧٠ + \text{هـ}) = \text{جتا هـ} \quad (٢) \text{ جتا } (٢٧٠ + \text{هـ}) = \text{جا هـ} \quad (٣) \text{ ظا } (٢٧٠ + \text{هـ}) = -\text{ظها هـ}$$

b ملاحظات..

(١) لإيجاد دالة أي زاوية و معرفة قيمتها لابد من تحديد الربع أولاً ثم إختيار زاوية مناسبة من الزوايا الخاصة [٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠]

(٢) زوايا الربع الثاني هي ١٥٠ ، ١٨٠ - ٣٠ // ١٣٥ ، ١٨٠ - ٤٥ // ١٢٠ ، ١٨٠ - ٦٠

(٣) زوايا الربع الثالث هي ٢١٠ ، ١٨٠ + ٣٠ // ٢٢٥ ، ١٨٠ + ٤٥ // ٢٤٠ ، ١٨٠ + ٦٠

(٤) زوايا الربع الرابع هي ٣٣٠ ، ٣٦٠ - ٣٠ // ٣١٥ ، ٣٦٠ - ٤٥ // ٣٠٠ ، ٣٦٠ - ٦٠

(٥) جا (- هـ) = - جا هـ // جتا (- هـ) = جتا هـ // ظا (- هـ) = - ظها هـ

مثال: أوجد قيمة كلاً مما يأتي

(١) جتا ١٢٠ ظا ٣١٥ + جا ٢٤٠ ظا ٣٠٠

الحل: جتا ١٢٠ = جتا (١٨٠ - ٦٠) = - جتا ٦٠ = $-\frac{1}{2}$

ظا ٣١٥ = ظا (٣٦٠ - ٤٥) = - ظا ٤٥ = -١

جا ٢٤٠ = جا (١٨٠ + ٦٠) = - جا ٦٠ = $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ظا ٣٠٠ = ظا (٣٦٠ - ٦٠) = - ظا ٦٠ = $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\text{المقدار} = -\frac{1}{2} \times 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$$

(٢) إذا كانت جتا ٣٣٠ ظا ٢٤٠ + جتا ١٣٥ قتا ٤٥ جا ٩٠ = س - فأوجد قيمة س ..

الحل: جتا ٣٣٠ = جتا (٣٦٠ - ٣٠) = جتا ٣٠ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ظا ٢٤٠ = ظا (١٨٠ + ٦٠) = - ظا ٦٠ = $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

جتا ١٣٥ = جتا (١٨٠ - ٤٥) = - جتا ٤٥ = $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\text{س} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 1 = \frac{1}{2} + \sqrt{2} = 1,5$$

(٣) أوجد قيمة المقدار جتا ٤٨٠ - جا ٣٠ ظا ٢٢٥
الحل:- جتا ٤٨٠ = جتا (١٢٠ + ٣٦٠) = جتا ١٢٠ = جتا (١٨٠ - ٦٠) = - جتا ٦٠ = $-\frac{1}{2}$
 جا ٣٠ = جا ٣٠ = $\frac{1}{2}$ ، ظا ٢٢٥ = ظا (١٨٠ + ٤٥) = ظا ٤٥ = ١
 \ المقدار = $-\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (1) = -\frac{1}{4}$

(٤) إذا كانت جا هـ = جتا هـ فأوجد قيمة هـ ثم أوجد قيمة المقدار قـا (١٨٠ - هـ) + ظـا ١٣٥
الحل:- جا هـ = جتا هـ
 \ هـ = ٩٠ \hat{A} ٩٠ = هـ ٣٠ \ هـ = ٣٠
 \ قـا (١٨٠ - هـ) = قـا هـ = ٣٠ - $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ ، قـا هـ = قـا ٣٠ = $\frac{4}{3}$
 ، جا (١٨٠ + هـ) = جا هـ = جا ٣٠ = $\frac{1}{2}$
 ، جا (١٨٠ - هـ) = جا هـ = جا ٣٠ = $\frac{3}{4}$ \ جا (١٨٠ - هـ) = $\frac{3}{4}$
 \ المقدار = $-\frac{1 - \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}} = -\frac{9}{8}$

(٥) إذا كانت - ظا (س + ٢٠) = ظتا (س - ٢٠) فـأوجد قيمة س - ثم أوجد قيمة المقدار جا ٧٠ + قـا (١٨٠ - س) / ظـا ١٣٥
الحل:- ظا (س + ٢٠) = ظتا (س - ٢٠) \ س + ٢٠ = س - ٩٠ \ س = ٤٥
 ، جا ٧٠ = جتا ٢٠ \ جا ٧٠ ÷ جتا ٢٠ = ١ [لأن مجموعهما = ٩٠]
 ، قـا (١٨٠ - س) = قـا س = قـا ٤٥ = $\frac{1}{2}$ \ قـا ٤٥ = ٢ ، ظا ١٣٥ = ١ -
 \ المقدار = $1 - 2 = -1 = \left(\frac{2}{1}\right) + 1$

٤ تمرين :- (١) أكمل ما يأتي..

(پ) جا ١٣٥ = (ب) ظا ١٢٠ = (ج) قـا ٣٠٠ =
 (د) إذا كانت جا س = جا ص فإن أ،

- (٢) أوجد قيمة المقدار جا ٤٢٠ جا ١٢٠ - جتا ١٢٠ جا (٣٩٠ -) .. [١-]
 (٣) أوجد قيمة المقدار جتا ١٢٠ ظا ٣١٥ + جا ٢٤٠ ظتا ١٢٠ - ظا ١٣٥ جا ٩٠ [٢]
 (٤) أوجد قيمة المقدار جتا ١٨٠ + جا ٣٣٠ + جتا ١٢٠ - ظا ٣١٥ [١-]
 (٥) إثبت أن جا ١٥٠ جا ١٢٠ + جا ٦٠٠ جتا ٣٣٠ = جتا ١٨٠ [١-]
 (٦) أوجد قيمة المقدار جا ٣١٥ جتا (٦٧٥ -) + قـا ٣٠٠ [٢/٧]
 (٧) أوجد قيمة المقدار جتا (٦٠ -) ظتا ١٢٠ + جتا ٣٠٠ ظا ١١١٠ .. [صفر]
 (٨) أوجد قيمة المقدار جتا ٢١٠ + جا ٤٢٠ + ظتا (١٣٥ -) + جا ٩٠ [٢]

----- تابع ----- b

(٩) إذا كان ظا س = ظتا ٢ س - فأوجد قيمة س ..

[٤/١-]

- ثم أوجد قيمة المقدار : جتا^٢ (٩٠ - س) + جتا ٢ س - جا ٣ س

(١٠) إذا كانت جا ١٥ = جتا (١٥ + هـ) - فأوجد قيمة هـ ...

[١]

- ثم أوجد قيمة المقدار $\frac{\text{جا}^٢ \text{هـ} + \text{جتا}^٢ (١٨٠ - \text{هـ})}{\text{ظا} ١٣٥ \times \text{جتا} ١٨٠}$

(١١) إذا كانت جا (٣ - س) = جتا (س + ٣٤) - فأوجد قيمة س حيث س [٠ ، ٤٥ °]

[٢/١-]

- ثم أوجد قيمة المقدار جا (٩٠ - س٤) + ظا (١٨٠ - س٣)

(١٢) إذا كان الضلع النهائي للزاوية التي قياسها (٢٧٠ - هـ) في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة

في النقطة $(\sqrt{\frac{3}{4}}, -\frac{3}{4})$ (ص ، حيث ص > ٠) - فأوجد قيمة كلاً من

[٣/١-]

- جا (- هـ) ، جتا (١٨٠ - هـ) ، ظتا (٢٧٠ + هـ) .. $[\sqrt{\frac{2}{3}}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \sqrt{\frac{2}{3}}]$

(١٣) إثبت أن : $\frac{\text{جتا} (٩٠ + \text{هـ}) \text{ظا} (٢٧٠ + \text{هـ})}{\text{جتا} (- \text{هـ}) \text{جتا} (٣٦٠ - \text{هـ}) \text{ظتا} (٢٧٠ - \text{هـ})} = \text{قتا هـ}$

(١٤) إثبت أن : جا (٩٠ + پ) + ظا (١٨٠ - پ) - ظتا (٢٧٠ + پ) - جتا (٣٦٠ - پ) = صفر

(١٥) في أي مثلث پ ب ج : إثبت أن جتا $(\frac{پ + ب - ج}{٢})$ جتا ج + جا $(\frac{ج - ب - پ}{٢})$ جا ج = ٠

[١١]

(١٦) إذا كانت د(س) = ظا ٣ س فأوجد قيمة د $(\frac{ط}{٤})$ + د $(\frac{ط}{٣})$ + د $(\frac{ط}{٩})$..

[٢/٣]

(١٧) إذا كانت $١ = \frac{\text{ظا} (٣٠ + س٢)}{\text{ظتا} (١٠ + س٣)}$ - فأوجد قيمة س ، من ثم أوجد قيمة جا ٢ س ..

(١٨) إذا كانت س هي قياس الزاوية بين عقربي الدقائق والساعات - فأوجد قيمة س بالقياس الستيني والدائري عندما تشير الساعة إلى الثانية تماماً -

[٥-]

- ثم أوجد قيمة المقدار : جتا ٢ س + $\sqrt{٣}$ جا ٥ س - ظتا^٢ (٢٧٠ - س)

(١٩) إذا كانت $٤ \text{جا} (س + ٩٠) = ٢ \text{جا} (٩٠ - س) - \text{جتا} (٢٧٠ - س٢)$ - فأوجد قيمة س

(٢٠) عين السعة و الدور وارسم منحنى الدالة د(س) = ٣ جا ٢ س

؟ حل المعادلات المثلثية :-

- المقصود بحل المعادلات المثلثية هو إيجاد قيمة الزاوية المعلوم قيمة دالة مثلثية لها ..
- و لحل هذه المعادلات يجب تذكر ..

- الدوال المثلثية لكل من 30° ، 45° ، 60° ، 90° ، 180° ، 270° ، 360°
- إشارات الدوال المثلثية ..

- إذا كانت الدالة موجبة يكون الحل زاوية حادة + الزاوية الأخرى [حسب الربع]
- إذا كانت الدالة سالبة : نحسب الزاوية الحادة أولاً ثم نحسب الزاويتين الأخرتين [حسب الربعين]

أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية حيث س ' ، ٢ ط]

(١) ظ س = ١ (٢) ٢ جاس - ١ = صفر (٣) جاس جتاس = صفر

الحل:-

(١) : ظ س = ١ ، : ظ ٤٥ = ١ \ س = ٤٥ لكن ظا ه موجبة في الربعين الأول و الثالث
\ س = ٤٥ + ١٨٠ = ٢٢٥ \hat{A} م ع = { ٢٢٥ ، ٤٥ }

(٢) : ٢ جاس = ١ \ جاس = ٠,٥ \ س = ٣٠ لكن جا ه موجبة في الربعين الأول و الثاني
\ س = ٣٠ - ١٨٠ = ١٥٠ \hat{A} م ع = { ١٥٠ ، ٣٠ }

(٣) : جاس جتاس = ٠ إما جاس = ٠ \ س = ١٨٠ ، ٠ ،
أ ، جتاس = ٠ \ س = ٩٠ ، ٢٧٠
\ م ع = { ٢٧٠ ، ١٨٠ ، ٩٠ ، ٠ }

(٤) ٢ جتاس + ١ = صفر (٥) جا (١٠ + س٢) = ١ (٦) ٢ جا٢ س + جاس - ١ = ٠

الحل:-

(٤) \hat{A} ٢ جتاس + ١ = ٠ \ جتاس = -٠,٥ ، : جتا ٦٠ = -٠,٥ ،
: جتا ه سالبة في الربعين الثاني و الثالث
\ س = ١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠ ، أ ، س = ١٨٠ + ٦٠ = ٢٤٠
\ م ع = { ٢٤٠ ، ١٢٠ }

(٥) : جا ٩٠ = ١ \ ٢ س + ١٠ = ٩٠ \hat{A} ٢ س = ٨٠ \ س = ٢٠

(٦) بالتحليل \ (٢ جاس - ١) (١ + جاس) = ٠ \hat{A} جاس = ٠,٥ ، أ ، جاس = ١ -
- عندما : جاس = ٠,٥ \ س = ٣٠ ، أ ، ١٥٠
- عندما : جاس = ١ - \ س = ٢٧٠

تمرين :- أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية ..

١- ٢ جتا٢ س = ١ ٢- ظا ه س + ١ = ٠

(٧) حل المعادلة : جا ٦٠ جا ٣٠٠ - جتا ١٢٠ جا (١٥٠ -) = جتا س

الحل:-

$$A \text{ جتا س} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - (0,5 - \times 0,5 -)$$

$$A \text{ جتا س} = 1 - \quad \backslash \quad س = ١٨٠^\circ$$

(٨) أوجد مجموعة حل المعادلة $\frac{\text{جا } ٥٥}{\text{جتا } ٣٥} - \text{جتا } (٢٧٠ + س) = ٠$ حيث س $[\circ, ٣٦٠]$

الحل:- $A \quad \frac{\text{جا } ٥٥}{\text{جتا } ٣٥} = ١$ [لأن جا ٥٥ = جتا ٣٥ : زاويتان متتامتان]

$$A, \text{ جتا } (٢٧٠ + س) = \text{جا س}$$

$$\backslash \text{ المعادلة : } ١ - \text{جا س} = ٠ \quad G \text{ جتا س} = ١ \quad \backslash \quad س = ٩٠^\circ$$

$$\backslash \quad \{ ٩٠^\circ \} = \text{ح } ٢$$

تمرين : (١) أكمل ما يأتي ..

- (أ) إذا كانت ٢ جتا س = ١ فإن جتا س = ، أ
 (ب) إذا كانت ظا س = ١ فإن جتا س = ، أ
 (ج) إذا كانت قتا س = ٢ - فإن قاس = ، أ
 (د) إذا كانت هـ أي زاوية فإن جا هـ [.... ،] ، ظا هـ '

(٢) أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية ٠٠

$$(١) \quad ٢ \text{ جتا س} = ١ \quad (٢) \quad \text{ظا } ٣ - س = ١ - \text{صفر}$$

$$(٣) \quad ٢ \text{ جتا س} - \sqrt{3} = \text{صفر} \quad (٤) \quad \text{ظا } \left(\frac{س}{٥} \right) = ١$$

$$(٥) \quad \text{جتا } ٣ - س - \text{جتا س} = \text{صفر} \quad (٦) \quad \text{جتا } (٣٠ + س) = ١ -$$

$$[٣٠٠, ٦٠] \quad (٧) \quad \text{جتا هـ} = \text{جا } (٢٤٠ -) \text{ جتا } ٣٣٠ - \text{جا } ١٥٠$$

$$[٣٠٠, ٦٠] \quad (٨) \quad \text{جتا س قاس } ١٣٥ = \text{ظا } (٢٤٠ -) - ٢ \text{ جتا } ٣٦٠$$

$$[٣٠٠, ٦٠] \quad (٩) \quad ٢ \text{ جتا } ٣ + س + ٥ \text{ جا } \left(\frac{س}{٣} - \right) = ٣ - ٠$$

$$[٣٦٠, ٣٠٠, ٦٠] \quad (١٠) \quad \text{قاس } ٣ + ٢ \text{ جتا س} = ٣ \dots$$

التمثيل البياني للدوال المثلثية ..

الدالة د (|) = p جاب | يكون مداها (قيم ص) الفترة [p ، p -] و الدورة = $\frac{2\pi}{p}$

- بالمثل الدالة د (|) = ا جتاب | مداها الفترة [p ، p -] و الدورة = $\frac{2\pi}{p}$

مثال ١ : الدالة ص = ٢ ج ا ٢ | مداها الفترة [٥ ، ٥ -] ، دورتها = $2\pi \div 2 = \pi$

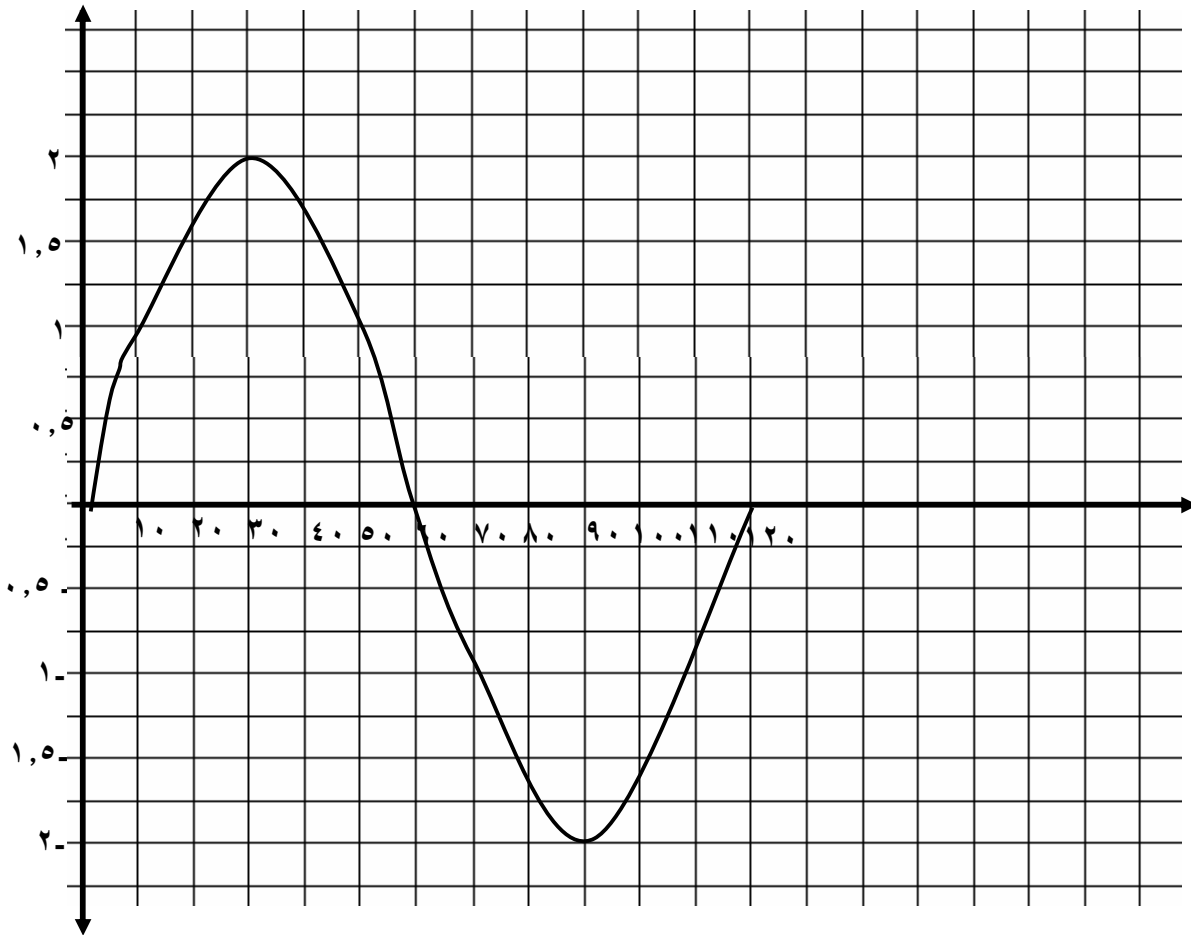
- مثال ٢ : مثل بيانياً الدالة ص = ٢ ج ا ٣ | حيث | [١٢٠ ، ٠] °

الحل :-

٧٠	٦٠	٥٠	٤٥	٤٠	٣٠	٢٠	١٥	١٠	٠	١
١-	٠	١	١,٤	١,٧	٢	١,٧	١,٤	١	٠	ص

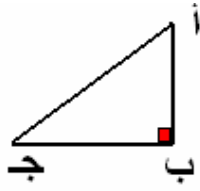
١٢٠	١١٠	١٠٥	١٠٠	٩٠	٨٠	٧٥
٠	١-	١,٤-	١,٧-	٢-	١,٧-	١,٤-

لاحظ أن : المدي [٢- ، ٢] ، الدورة = $360 \div 3 = 120^\circ$



- تمرين : مثل بيانياً الدالة ص = ٣ ج ا ٢ | حيث | [١٨٠ ، ٠] °

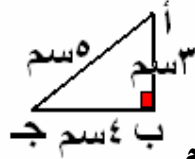
r الدوال المثلثية الزوايا الحادة :- في أي D ب ج قائم في ب يكون ..



$$\text{جا ب} = \frac{\text{ب}}{\text{ا}} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} \quad , \quad \text{جتا ج} = \frac{\text{ج}}{\text{ا}} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$\text{ظا ج} = \frac{\text{ب}}{\text{ج}} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$$

- بالمثل قتا ج = وتر / مقابل ، قجا ج = وتر / مجاور ، ظتا ج = مجاور / مقابل



مثال ١: D ب ج فيه m ب قائمة ، ب = ٣ سم ، ج = ٥ سم
- أوجد ظا ب ، جا (١٨٠ - ب) ، جا (٩٠ - ج) ، قتا (- ج)

الحل:

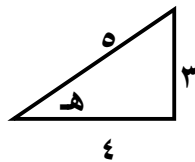
من فيثاغورس : (ب ج)² = (ب ب)² - (ج ب)² = ٩ - ٢٥ = -١٦ \ ج ب = ٤ سم

$$\backslash \text{ظا ب} = \frac{\text{ب}}{\text{ج}} = \frac{٣}{٤} \quad ** \quad \text{جا} (١٨٠ - ب) = \frac{\text{ب}}{\text{ج}} = \frac{٣}{٤}$$

$$\text{جا} (٩٠ - ج) = \text{جتا ج} = \frac{\text{ب}}{\text{ج}} = \frac{٣}{٤} \quad ** \quad \text{قتا} (- ج) = - \text{جتا ج} = - \frac{\text{ب}}{\text{ج}} = - \frac{٣}{٤}$$

(٢) إذا كانت ٤ ظا هـ = ٣ حيث هـ زاوية حادة - فأوجد قيمة كلاً من
ب - جتا هـ - جا هـ ب - جتا ١٢٠ جا (١٨٠ - هـ) + جا ٥١٠ جتا هـ

الحل:



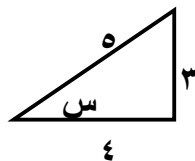
$$\text{ب - المقدار} = \frac{٧}{٢٥} = \frac{٩}{٢٥} - \frac{١٦}{٢٥} = \left(\frac{٣}{٥} \right) - \left(\frac{٤}{٥} \right) = -\frac{١}{٥}$$

$$\text{ب - جتا ١٢٠} = \text{جتا} (١٨٠ - ٦٠) = - \text{جتا} ٦٠ = -\frac{١}{٢}$$

$$\text{جا} (١٨٠ - هـ) = \text{جا هـ} = \frac{٣}{٥} \quad , \quad \text{جا} ٥١٠ = \text{جا} ١٥٠ = \text{جا} ٣٠ = \frac{١}{٢}$$

$$\backslash \text{المقدار} = - \frac{٣}{٥} \times \frac{١}{٢} + \frac{٤}{٥} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{١٠} \quad \# \dots$$

(٣) إذا كانت ٤ ظا س = ٣ حيث س [ط ، ط/٢] ، ١٣ جا ص - ١٢ = ٠ حيث ٩٠ < ص < ١٨٠
- فأوجد قيمة المقدار ظا (٩٠ - ص) جا - س + جا ٣٠

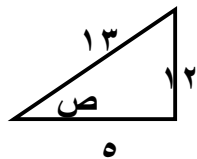


جتا ٤٥ - ٢ جا ٦٠ ظا ٦٠

الحل:

لاحظ أن س تقع في الربع الثالث ، ص تقع في الربع الثاني [تذكر الإشارات]

$$\backslash \text{ظا} (٩٠ - ص) = \text{ظا ص} = \frac{٥}{١٢} \quad , \quad \text{جا} - س = - \text{جا س} = - \frac{٣}{٥}$$



$$\text{جتا} ٤٥ = \left(\frac{١}{\sqrt{٢}} \right) = \frac{١}{\sqrt{٢}}$$

$$\backslash \text{المقدار} = \frac{١}{\sqrt{٢}} + \frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{١٢} = \frac{١٠}{١٢} = \frac{٥}{٦}$$

(٤) إذا كان ١٧ جاب = ٨ حيث ٩٠ > ب > ١٨٠ ، ٤ ظا ج = ٣ حيث ١٨٠ > ج > ٢٧٠

فأوجد قيمة المقدار : ظتا (ب - ١٨٠) × قتا - ٣٣٠ + قا (ج - ١٨٠) × جتا (٤٨٠ -)

الحل:- جاب = ١٧ / ٨ حيث ب في الربع الثاني ، ، ظا ج = ٤ / ٣ ، ج في الربع الثالث

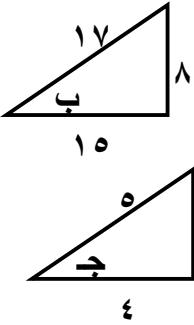
$$\backslash \text{ظتا} (ب - ١٨٠) = (ب - ١٨٠) \text{ظتاب} = - \frac{١٥}{٨} = \frac{١٥}{٨}$$

$$\text{قتا} - ٣٣٠ = \text{قتا} - ٣٣٠ = (٣٠ - ٣٦٠) \text{قتا} - = (- \text{قتا} ٣٠) = ٢$$

$$\text{قا} (ج - ١٨٠) = - \text{قا ج} = - \frac{٤}{٥}$$

$$\text{جتا} (٤٨٠ -) = \text{جتا} ٤٨٠ = \text{جتا} ١٢٠ = - \frac{١}{٢}$$

$$\backslash \text{المقدار} = \frac{١٥}{٨} \times ٢ - \frac{٤}{٥} \times - \frac{١}{٢} = \frac{٨٣}{٢٠} \quad \#$$



1 تمرين :-

(١) D م ب ج قائم الزاوية في ب ، فيه م ب = ٦ سم ، ب ج = ٨ سم
- أوجد ظا (م + ١٨٠) ، جتا (ج - ٩٠) ، قا (م -) ، جتا (ج + ١٨٠)

(٢) إذا كانت ٣ ظا ه = ٤ حيث ه [٠ ، ١٨٠]

- فأوجد قيمة المقدار ٥ جتا ه + ظا (١٨٠ - ه) + جتا ١٢٠ - ظا ٣١٥ ..

(٣) إذا كانت ٢٥ جاب + ٢٤ = ٠ حيث ب [١٨٠ ، ٢٧٠]

، ٥ ظا ج - ١٢ = صفر حيث ج أكبر زاوية موجبة

- فأوجد قيمة المقدار جا (١٨٠ + ب) + جتا (١٨٠ - ج)

(٤) إذا كانت جاس = ٤ / ٥ حيث س أكبر زاوية موجبة ..

- فأوجد قيمة المقدار قتا (١٨٠ - س) ظا س - جتا (١٨٠ + س)

(٥) م ب قطر في دائرة طوله ١٠ سم ، ج ' للدائرة بحيث م ج = ٨ سم

- إثبت أن جتا م جتا ب - جا م جاب = جتا (م + ب)

(٦) إذا كانت ٥ جتا (٢٧٠ + ه) = ٣ حيث ٠ > ه > ٩٠ - فأوجد قيمة

جتا (ه - ٩٠) قا (ه - ٩٠) - ظا (ه - ط) جتا ٣٦٠ ...

(٧) D م ب ج قائم الزاوية في ب ، فيه م ب = ٦ سم ، م ج = ١٠ سم ، د منتصف م ج ، ب ه ^ م ج

- إثبت أن : جتا m ه ب د × قا m ب ج م × قا m ب م ج = ٢ ..

(٨) D م ب ج قائم الزاوية في ب - إثبت أن ججا ج + جتا ج < ١

(٩) باستخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة المقدار جتا ٢٠ + ظا ٤٢ - جا ٢٠٠

(١٠) باستخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة المقدار جتا ١٥ جتا ١٥ - جا ١٥ جا ١٥

(١١) حل المعادلة جاس = ٠,٢٣٤٥ - حل المعادلة جتا س + ٠,٣٤ = ٠