

Soluciones de los ejercicios impares

Capítulo 10

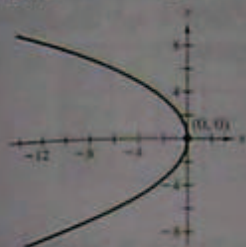
Sección 10.1 (página 704)

1. h) 2. a) 3. e) 4. b) 5. f) 6. g) 7. c) 8. d)

9. Vértice: (0, 0)

Foco: $(-\frac{3}{2}, 0)$

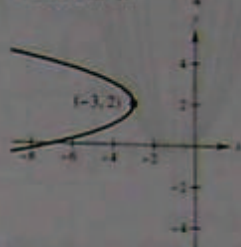
Directriz: $x = \frac{3}{2}$



11. Vértice: (-3, 2)

Foco: $(-\frac{13}{4}, 2)$

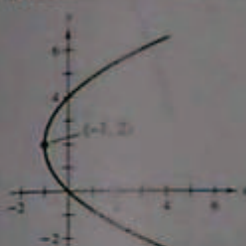
Directriz: $x = -\frac{11}{4}$



13. Vértice: (-1, 2)

Foco: (0, 2)

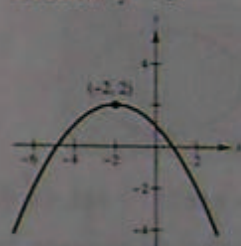
Directriz: $x = -2$



15. Vértice: (-2, 2)

Foco: (-2, 1)

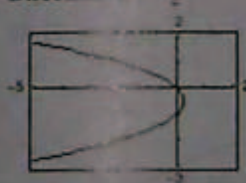
Directriz: $y = 3$



17. Vértice: $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

Foco: $(0, -\frac{3}{2})$

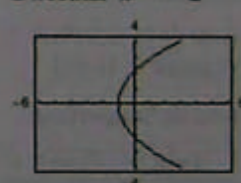
Directriz: $x = \frac{3}{2}$



19. Vértice: (-1, 0)

Foco: (0, 0)

Directriz: $x = -2$



21. $y^2 - 4y + 8x - 20 = 0$

23. $x^2 - 24y + 96 = 0$

25. $x^2 + y - 4 = 0$

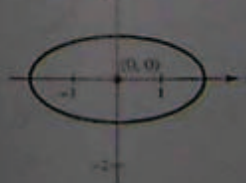
27. $5x^2 - 14x - 3y + 9 = 0$

29. Centro: (0, 0)

Foco: $(\pm\sqrt{3}, 0)$

Vértice: $(\pm 2, 0)$

$e = \sqrt{3}/2$

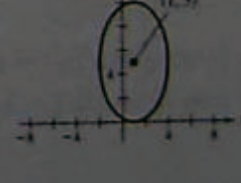


31. Centro: (1, 5)

Focos: (1, 9), (1, 1)

Vértices: (1, 10), (1, 0)

$e = \frac{4}{5}$

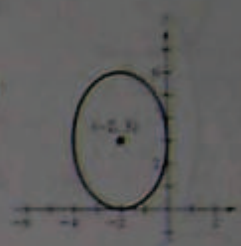


33. Centro: (-2, 3)

Foco: $(-2, 3 \pm \sqrt{5})$

Vértices: (-2, 6), (-2, 0)

$e = \sqrt{5}/3$

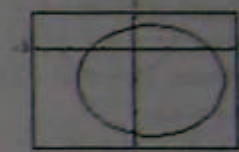


35. Centro: $(\frac{1}{2}, -1)$

Foco: $(\frac{1}{2} \pm \sqrt{2}, -1)$

Vértice: $(\frac{1}{2} \pm \sqrt{3}, -1)$

Para obtener la gráfica, despejar y y obtener



$$y_1 = -1 + \sqrt{(57 + 12x - 12x^2)/20}$$

$$y_2 = -1 - \sqrt{(57 + 12x - 12x^2)/20}$$

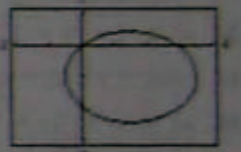
Representar gráficamente estas ecuaciones en la misma pantalla.

37. Centro: $(\frac{1}{2}, -1)$

Focos: $(\frac{1}{2} - \sqrt{2}, -1), (\frac{1}{2} + \sqrt{2}, -1)$

Vértices: $(-\frac{1}{2}, -1), (\frac{3}{2}, -1)$

Para obtener la gráfica, despejar y y obtener



$$y_1 = -1 + \sqrt{(7 + 12x - 4x^2)/8}$$

$$y_2 = -1 - \sqrt{(7 + 12x - 4x^2)/8}$$

Representar gráficamente estas ecuaciones en la misma pantalla.

39. $x^2/9 + y^2/5 = 1$

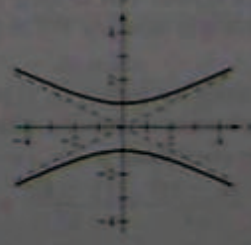
41. $(x - 3)^2/9 + (y - 5)^2/16 = 1$

43. $x^2/16 + 7y^2/16 = 1$

45. Centro: (0, 0)

Foco: $(0, \pm\sqrt{5})$

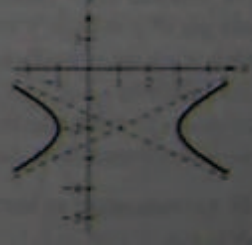
Vértice: $(0, \pm 1)$



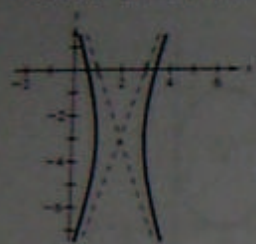
47. Centro: (1, -2)

Foco: $(1 \pm \sqrt{5}, -2)$

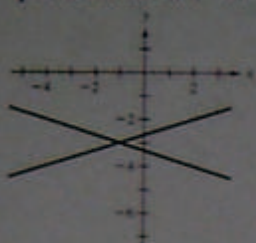
Vértices: $(-1, -2), (3, -2)$



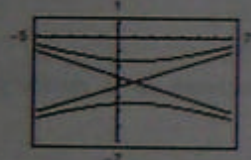
49. Centro: $(2, -3)$
 Foco: $(2 \pm \sqrt{10}, -3)$
 Vértices: $(1, -3), (3, -3)$



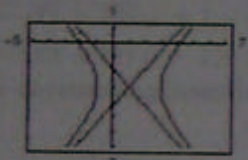
51. Hipérbola degenerada
 La gráfica consta de dos rectas
 $y = -3 \pm \frac{1}{3}(x + 1)$
 que se cortan en $(-1, -3)$.



53. Centro: $(1, -3)$
 Foco: $(1, -3 \pm 2\sqrt{5})$
 Vértice: $(1, -3 \pm \sqrt{2})$
 Asíntotas:
 $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} - 3$;
 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} - 3$



55. Centro: $(1, -3)$
 Foco: $(1 \pm \sqrt{10}, -3)$
 Vértices: $(-1, -3), (3, -3)$
 Asíntotas:
 $y = \sqrt{6}x/2 - \sqrt{6}/2 - 3$;
 $y = -\sqrt{6}x/2 + \sqrt{6}/2 - 3$



57. $x^2/1 - y^2/9 = 1$ 59. $y^2/9 - (x - 2)^2/(9/4) = 1$
 61. $y^2/4 - x^2/12 = 1$ 63. $(x - 3)^2/9 - (y - 2)^2/4 = 1$

65. a) $(6, \sqrt{3})$: $2x - 3\sqrt{3}y - 3 = 0$
 $(6, -\sqrt{3})$: $2x + 3\sqrt{3}y - 3 = 0$
 b) $(6, \sqrt{3})$: $9x + 2\sqrt{3}y - 60 = 0$
 $(6, -\sqrt{3})$: $9x - 2\sqrt{3}y - 60 = 0$

67. Elipse 69. Parábola 71. Circunferencia
 73. Circunferencia 75. Hipérbola

77. a) Una parábola es el conjunto de todos los puntos (x, y) que equidistan de una recta fija y de un punto fijo que no se encuentra en la recta.

- b) Para la directriz $y = k - p$: $(x - h)^2 = 4p(y - k)$
 Para la directriz $x = h - p$: $(y - k)^2 = 4p(x - h)$

- c) Si P es un punto de una parábola, entonces la recta tangente a la parábola en P forma ángulos iguales con la recta que pasa por P y el foco, y con la recta que pasa por P y es paralela al eje de la parábola.

79. a) Una hipérbola es el conjunto de todos los puntos (x, y) para los cuales el valor absoluto de la diferencia entre las distancias a dos puntos fijos distintos es constante.

- b) El eje transversal es horizontal: $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$

- El eje transversal es vertical: $\frac{(y - k)^2}{b^2} - \frac{(x - h)^2}{a^2} = 1$

- c) El eje transversal es horizontal:
 $y = k + (b/a)(x - h)$ y $y = k - (b/a)(x - h)$
 El eje transversal es vertical:
 $x = h + (a/b)(y - k)$ y $x = h - (a/b)(y - k)$

81. $\frac{9}{4}$ m 83. $y = 2ax_0x - ax_0^2$

85. a) Demostración b) Demostración

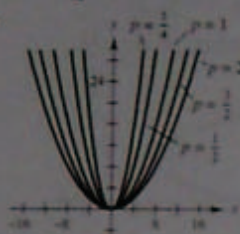
87. $x_0 = 2\sqrt{3}/3$; la distancia de la colina: $2\sqrt{3}/3 - 1$

89. $[16(4 + 3\sqrt{3} - 2\pi)]/3 \approx 15.536$ pies²

91. a) $y = (1/180)x^2$

- b) $10 \left[2\sqrt{13} + 9 \ln \left(\frac{2 + \sqrt{13}}{3} \right) \right] \approx 128.4$ m

- 93.

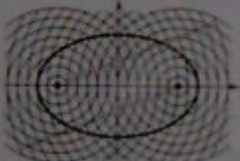


Cuando p se incrementa, la gráfica de $x^2 = 4py$ se hace más abierta.

95. a) $L = 2a$

- b) Los alfileres se localizan en los focos y la longitud de la cuerda es la suma constante de las distancias desde los focos.

- 97.



99. Demostración

101. $e = 0.9672$ 103. $(0, \frac{43}{3})$

105. Extremos del eje menor: $(-6, -2), (3, -2)$

- Extremos del eje mayor: $(-2, -6), (3, 2)$

107. a) Área = 2π

- b) Volumen = $8\pi/3$

- Área de la superficie = $[2\pi(y + 4\sqrt{3}\pi)]/9 \approx 21.48$

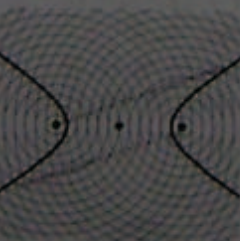
- c) Volumen = $16\pi/3$

- Área de la superficie

- $= \frac{4\pi[6 + \sqrt{3}\ln(2 + \sqrt{3})]}{3} \approx 34.69$

109. 37.96 111. 40 113. $(x - 6)^2/9 - (y - 2)^2/7 = 1$

- 115.



117. Demostración

119. $x = (-90 + 96\sqrt{2})/7 \approx 6.538$
 $y = (160 - 96\sqrt{2})/7 \approx 3.462$

121. Hay cuatro puntos de intersección.

En $\left(\frac{\sqrt{2}ac}{\sqrt{2a^2 - b^2}}, \frac{b^2}{\sqrt{2}\sqrt{2a^2 - b^2}}\right)$, las pendientes de las rectas tangentes son $y'_e = -c/a$ y $y'_h = a/c$.

Como las pendientes son negativos recíprocos, las rectas tangentes son perpendiculares. De manera similar, las curvas son perpendiculares en los otros tres puntos de intersección.

123. Falso. Ver la definición de una parábola.

125. Verdadero 127. Verdadero

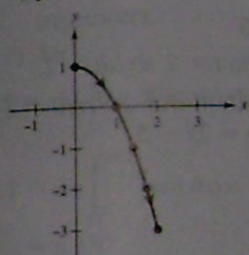
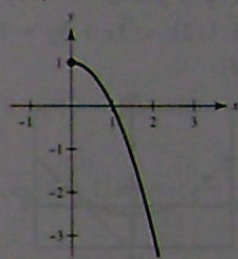
129. Problema Putnam B4, 1976

Sección 10.2 (página 716)

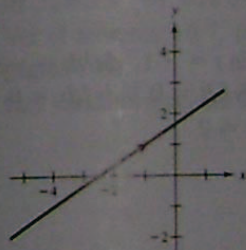
1. a)

t	0	1	2	3	4
x	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2
y	1	0	-1	-2	-3

b) y c)

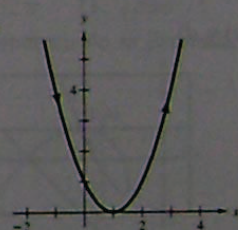
d) $y = 1 - x^2, x \geq 0$ 

3.



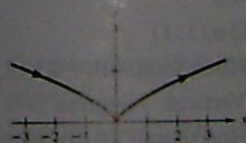
$$2x - 3y + 5 = 0$$

5.



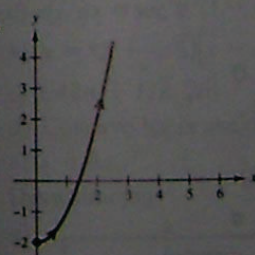
$$y = (x - 1)^2$$

7.



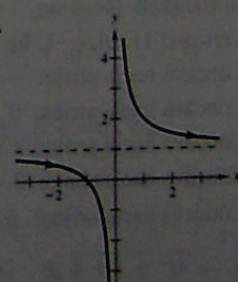
$$y = \frac{1}{2}x^{2/3}$$

9.



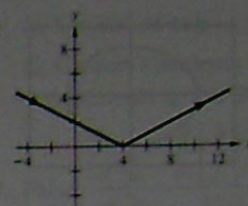
$$y = x^2 - 2, x \geq 0$$

11.



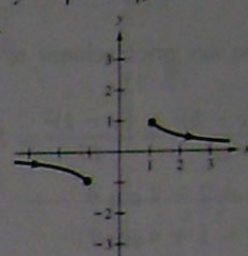
$$y = (x + 1)/x$$

13.



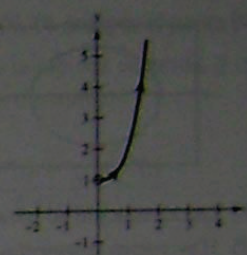
$$y = |x - 4|/2$$

17.



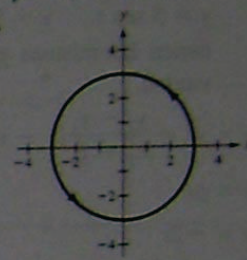
$$y = 1/x, |x| \geq 1$$

15.



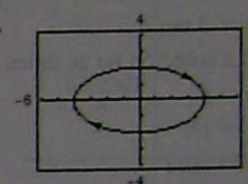
$$y = x^3 + 1, x > 0$$

19.



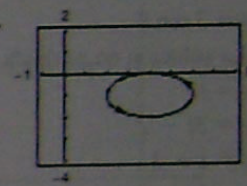
$$x^2 + y^2 = 9$$

21.



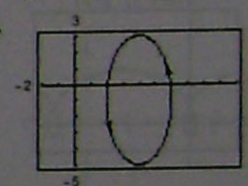
$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$$

23.



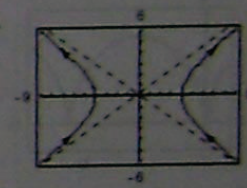
$$\frac{(x - 4)^2}{4} + \frac{(y + 1)^2}{1} = 1$$

25.



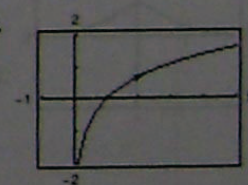
$$\frac{(x - 4)^2}{4} + \frac{(y + 1)^2}{16} = 1$$

27.



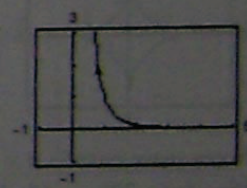
$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

29.



$$y = \ln x$$

31.



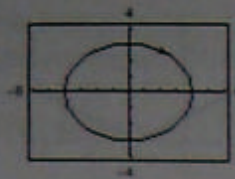
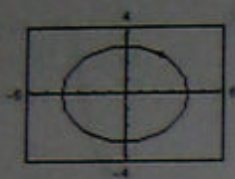
$$y = 1/x^3, x > 0$$

33. Cada curva representa una porción de la recta
- $y = 2x + 1$
- .

Dominio	Orientación	Suave
a) $-\infty < x < \infty$	Hacia arriba	Sí
b) $-1 \leq x \leq 1$	Oscila	No, $\frac{dx}{d\theta} = \frac{dy}{d\theta} = 0$ cuando $\theta = 0, \pm\pi, \pm2\pi, \dots$
c) $0 < x < \infty$	Hacia abajo	Sí
d) $0 < x < \infty$	Hacia arriba	Sí

35. a) y b) representan la parábola
- $y = 2(1 - x^2)$
- para
- $-1 \leq x \leq 1$
- . La curva es suave. La orientación es de derecha a izquierda en el apartado a) y en el apartado b).

37. a)



b) La orientación se invierte. c) La orientación se invierte.

d) Hay varias respuestas posibles. Por ejemplo,

$$x = 2 \sec t \quad x = 2 \sec(-t)$$

$$y = 5 \sec t \quad y = 5 \sec(-t)$$

tienen las mismas gráficas, pero sus orientaciones se invierten.

$$39. y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$41. \frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

$$43. x = 5t$$

$$y = -2t$$

(La solución no es única.)

$$45. x = 2 + 4 \cos \theta$$

$$y = 1 + 4 \sin \theta$$

(La solución no es única.)

$$47. x = 5 \cos \theta$$

$$y = 3 \sin \theta$$

(La solución no es única.)

$$49. x = 4 \sec \theta$$

$$y = 3 \tan \theta$$

(La solución no es única.)

$$51. x = t$$

$$y = 3t - 2;$$

$$x = t - 3$$

$$y = 3t - 11$$

(La solución no es única.)

$$53. x = t$$

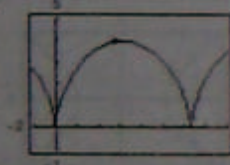
$$y = t^3;$$

$$x = \tan t$$

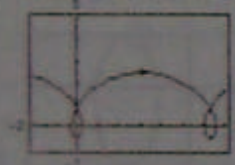
$$y = \tan^3 t$$

(La solución no es única.)

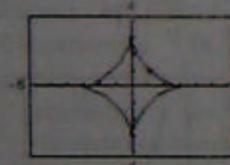
55.



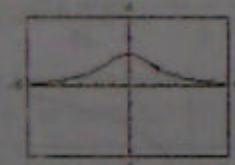
57.

No es suave cuando $\theta = 2n\pi$

59.



61.

No es suave cuando $\theta = \frac{1}{2}n\pi$

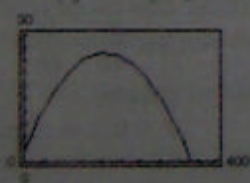
63. Ver página 709. 65. Ver página 714.

$$67. x = a\theta - b \sin \theta; y = a - b \cos \theta$$

69. Falso. La gráfica de las ecuaciones paramétricas es la porción de la recta $y = x$ con $x \geq 0$.

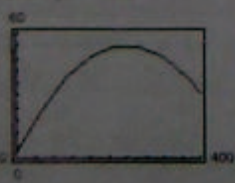
$$71. a) x = \left(\frac{440}{3}\right) \cos \theta; y = 3 + \left(\frac{440}{3}\right) \sin \theta; t = 16t^2$$

b)



No es home run

c)



Home run

d) 19.4°

Sección 10.3 (página 725)

$$1. -2/t \quad 3. -1$$

$$5. \frac{dy}{dx} = \frac{3}{2} \frac{d^2y}{dx^2} = 0; \text{ No es ni cóncava hacia arriba ni cóncava hacia abajo}$$

$$7. dy/dx = 2t + 3, d^2y/dx^2 = 2$$

En $t = -1$, $dy/dx = 1$, $d^2y/dx^2 = 2$; Cóncava hacia arriba

$$9. dy/dx = -\cot \theta, d^2y/dx^2 = -\csc^3 \theta/2$$

En $\theta = \pi/4$, $dy/dx = -1$, $d^2y/dx^2 = -\sqrt{2}$;

Cóncava hacia abajo

$$11. dy/dx = 2 \csc \theta, d^2y/dx^2 = -2 \cot^3 \theta$$

En $\theta = \pi/6$, $dy/dx = 4$, $d^2y/dx^2 = -6\sqrt{3}$;

Cóncava hacia abajo

$$13. dy/dx = -\tan \theta, d^2y/dx^2 = \sec^4 \theta \csc \theta/3$$

En $\theta = \pi/4$, $dy/dx = -1$, $d^2y/dx^2 = 4\sqrt{2}/3$;

Cóncava hacia arriba

$$15. (-2/\sqrt{3}, 3/2): 3\sqrt{3}x - 8y + 18 = 0$$

$$(0, 2): y - 2 = 0$$

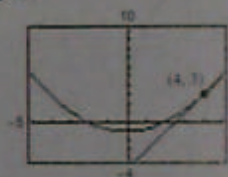
$$(2\sqrt{3}, 1/2): \sqrt{3}x + 8y - 10 = 0$$

17. a) y d)

b) En $t = 2$, $dx/dt = 2$,

$$dy/dt = 4 \text{ y } dy/dx = 2.$$

$$c) y = 2x - 5$$

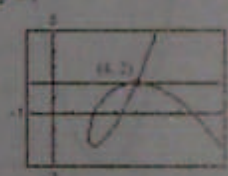


19. a) y d)

b) En $t = -1$, $dx/dt = -3$,

$$dy/dt = 0 \text{ y } dy/dx = 0.$$

$$c) y = 2$$



$$21. y = \pm \frac{3}{4}x \quad 23. y = 3x - 5 \text{ y } y = 1/2$$

$$25. \text{Horizontal: } (1, 0), (-1, \pi), (1, -\pi)$$

$$\text{Vertical: } (\pi/2, 1), (-3\pi/2, -1), (\pi/2, 1)$$

$$27. \text{Horizontal: } (1, 0)$$

$$\text{Vertical: Ninguno}$$

$$29. \text{Horizontal: } (0, -2), (2, 2)$$

$$\text{Vertical: Ninguno}$$

$$31. \text{Horizontal: } (0, 3), (0, -3)$$

$$\text{Vertical: } (3, 0), (-3, 0)$$

$$33. \text{Horizontal: } (4, 0), (4, -2)$$

$$\text{Vertical: } (2, -1), (6, -1)$$

$$35. \text{Horizontal: Ninguno}$$

$$\text{Vertical: } (1, 0), (-1, 0)$$

$$37. \text{Cóncava hacia abajo: } -\infty < t < 0$$

$$\text{Cóncava hacia arriba: } 0 < t < \infty$$

$$39. \text{Cóncava hacia arriba: } t > 0$$

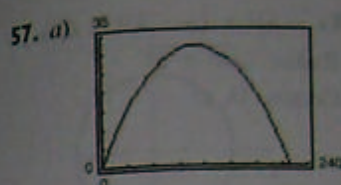
$$41. \text{Cóncava hacia abajo: } 0 < t < \pi/2$$

$$\text{Cóncava hacia arriba: } \pi/2 < t < \pi$$

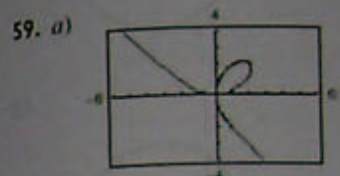
$$43. \int_1^2 \sqrt{4t^2 + t + 4} dt \quad 45. \int_{-2}^2 \sqrt{e^{2t} + 4} dt$$

$$47. 2\sqrt{5} + \ln(2 + \sqrt{5}) \approx 5.916 \quad 49. \sqrt{2}(1 - e^{-\pi/2}) \approx 1.12$$

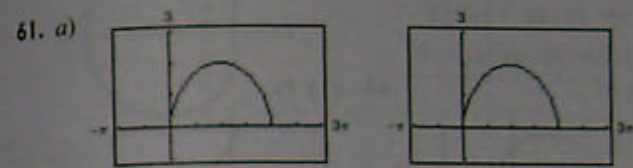
$$51. \frac{1}{12}[\ln(\sqrt{37} + 6) + 6\sqrt{37}] \approx 3.249 \quad 53. 6a \quad 55. 8a$$



- b) 219.2 pies
c) 230.8 pies



- b) $(0, 0), (4\sqrt{2}/3, 4\sqrt{2}/3)$
c) ≈ 6.557



- b) La velocidad media de la partícula en la segunda trayectoria es el doble de la velocidad media de la partícula en la primera trayectoria.

c) 4π

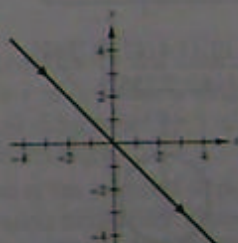
63. $S = 2\pi \int_0^2 \sqrt{17}(t+1) dt = 8\pi\sqrt{17} \approx 103.625$

65. $S = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\sin \theta \cos \theta \sqrt{4 \cos^2 \theta + 1}) d\theta = \frac{(5\sqrt{5} - 1)\pi}{6} \approx 5.330$

67. a) $32\pi\sqrt{5}$ b) $16\pi\sqrt{5}$ 69. 32π 71. $12\pi a^2/5$

73. Ver el teorema 10.7, forma paramétrica de la derivada, en la página 719.

75. Hay varias respuestas. Ejemplo:



77. Ver el teorema 10.8, longitud de arco en forma paramétrica, en la página 712.

79. Demostración 81. $3\pi/2$ 83. d) 84. b) 85. f) 86. c)

87. a) 88. a) 89. $(\frac{3}{4}, \frac{5}{4})$ 91. $V = 36\pi$

93. a) $dy/dx = \sin \theta / (1 - \cos \theta); d^2y/dx^2 = -1/[a(\cos \theta - 1)^2]$

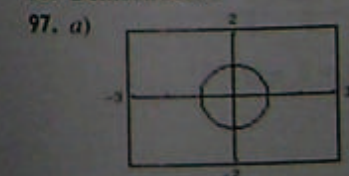
b) $y = (2 + \sqrt{3})[x - a(\pi/6 - \frac{1}{2})] + a(1 - \sqrt{3}/2)$

c) $(a(2n+1)\pi, 2a)$

d) Cóncavo hacia abajo en $(0, 2\pi), (2\pi, 4\pi)$, etc.

e) $s = 8a$

95. Demostración



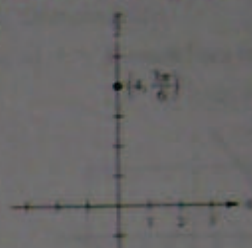
b) Círculo de radio 1 y centro en $(0, 0)$ excepto el punto $(-1, 0)$

c) Cuando t aumenta de -20 a 0 , la rapidez aumenta, y cuando t aumenta de 0 a 20 , la rapidez disminuye.

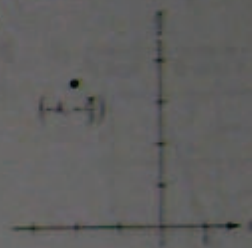
99. Falso: $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt} \left[\frac{g'(t)}{f'(t)} \right]}{f'(t)} = \frac{f''(t)g'(t) - g''(t)f'(t)}{[f'(t)]^3}$

Sección 10.4 (página 736)

1.



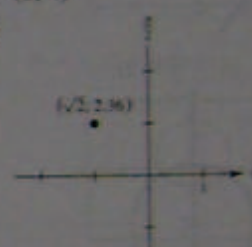
3.



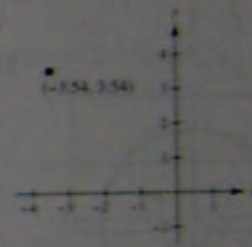
(0, 4)

$(-2, 2\sqrt{3}) \approx (-2, 3.464)$

5.

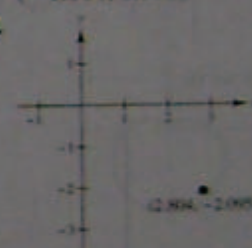


7.

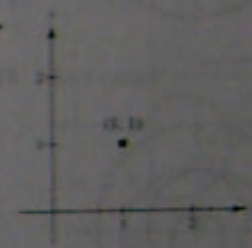


$(-1.004, 0.996)$

9.

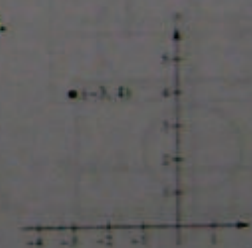


11.

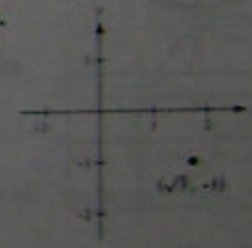


$(\sqrt{2}, \pi/4), (-\sqrt{2}, 5\pi/4)$

13.



15.



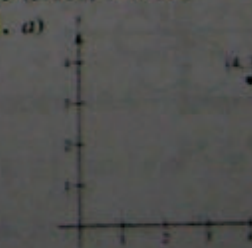
$(5, 2.214), (-5, 5.356)$

$(-2, 5\pi/6), (2, 11\pi/6)$

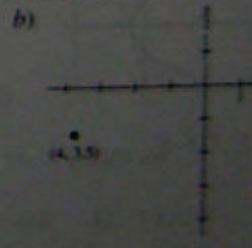
17. $(3.606, -0.588)$

19. $(2.833, 0.490)$

21. a)



b)



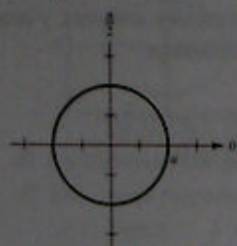
23. c)

24. b)

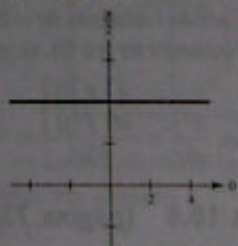
25. a)

26. d)

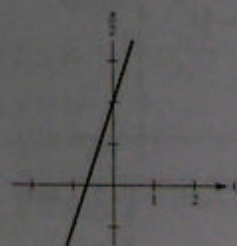
27. $r = a$



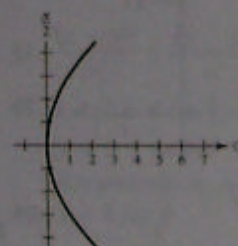
29. $r = 4 \csc \theta$



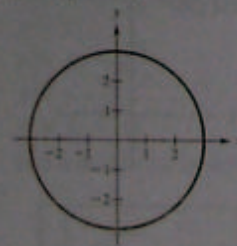
31. $r = \frac{-2}{3 \cos \theta - \sin \theta}$



33. $r = 9 \csc^2 \theta \cos \theta$



35. $x^2 + y^2 = 9$



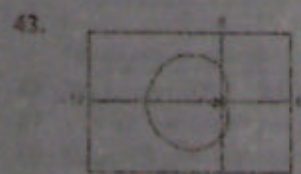
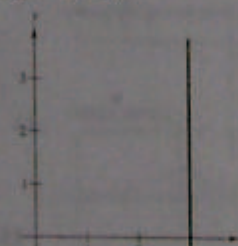
37. $x^2 + y^2 - y = 0$



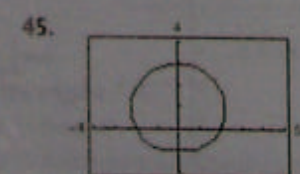
39. $\sqrt{x^2 + y^2} = \arctan(y/x)$



41. $x - 3 = 0$



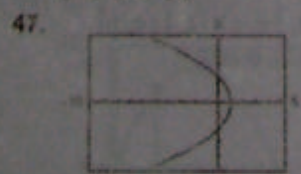
43.



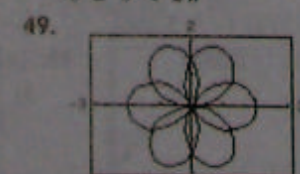
45.

$0 \leq \theta < 2\pi$

$0 \leq \theta < 2\pi$



47.

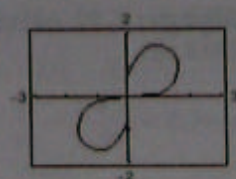


49.

$-\pi < \theta < \pi$

$0 \leq \theta < 4\pi$

51.



$0 \leq \theta < \pi/2$

55. $2\sqrt{5}$

57. ≈ 5.6

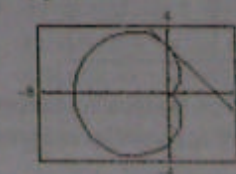
59. $\frac{dy}{dx} = \frac{2 \cos \theta (3 \sin \theta + 1)}{6 \cos^2 \theta - 2 \sin \theta - 3}$

$(5, \pi/2): dy/dx = 0$

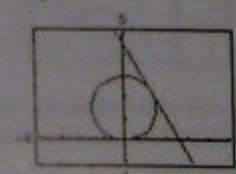
$(2, \pi): dy/dx = -2/3$

$(-1, 3\pi/2): dy/dx = 0$

61. a) y b)



63. a) y b)



c) $dy/dx = -1$

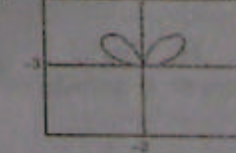
c) $dy/dx = -\sqrt{3}$

65. Horizontal: $(2, 3\pi/2), (\frac{1}{2}, \pi/6), (\frac{1}{2}, 5\pi/6)$

Vertical: $(\frac{3}{2}, 7\pi/6), (\frac{3}{2}, 11\pi/6)$

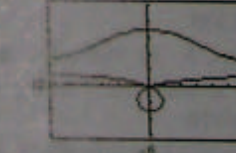
67. $(5, \pi/2), (1, 3\pi/2)$

69.



$(0, 0), (1.4142, 0.7854), (1.4142, 2.3562)$

71.



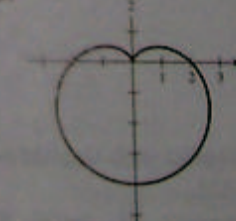
$(7, 1.5708), (3, 4.7124)$

73.



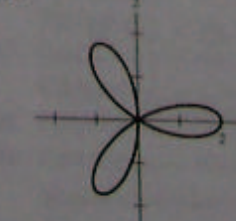
$\theta = 0$

75.



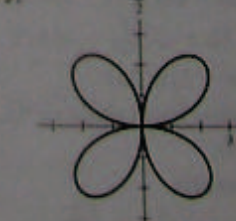
$\theta = \pi/2$

77.

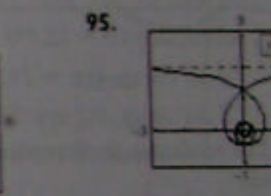
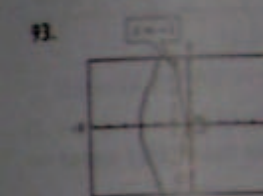
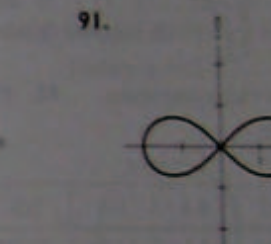
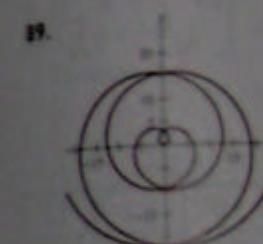
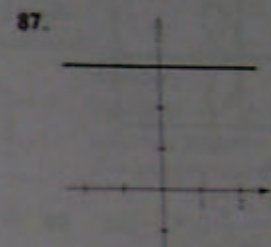
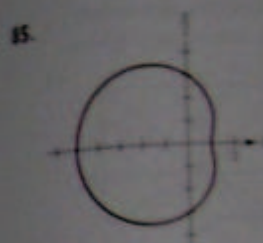
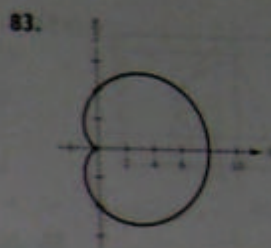
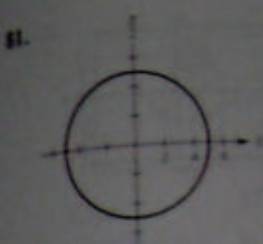


$\theta = \pi/6, \pi/2, 5\pi/6$

79.



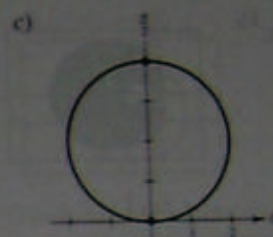
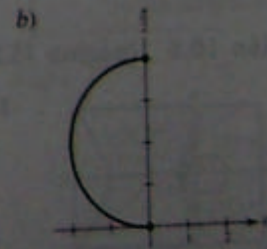
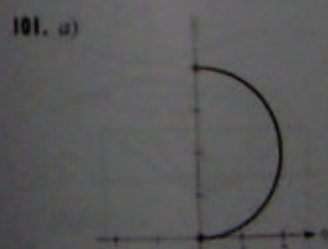
$\theta = 0, \pi/2$



97. El sistema de coordenadas rectangular es una colección de puntos de la forma (x, y) , donde x es la distancia dirigida del eje y al punto y y es la distancia dirigida del eje x al punto. Cada punto tiene una representación única.

El sistema de coordenadas polares es una colección de puntos de la forma (r, θ) , donde r es la distancia dirigida del origen O a un punto P y θ es el ángulo dirigido, medido en sentido contrario a las manecillas del reloj, del eje polar al segmento \overline{OP} . En coordenadas polares la representación de cada punto no es única.

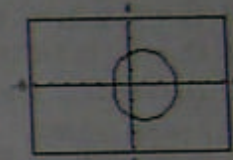
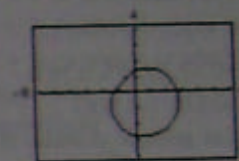
99. $r = a$: Círculo de radio a centrado en el polo
 $\theta = b$: Recta que pasa por el polo



103. Demostración

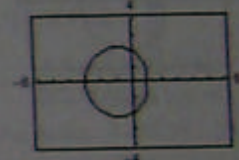
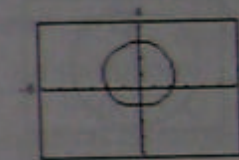
105. a) $r = 2 - \sin(\theta - \pi/4)$
 $= 2 - \frac{\sqrt{2}(\sin \theta - \cos \theta)}{2}$

b) $r = 2 + \cos \theta$

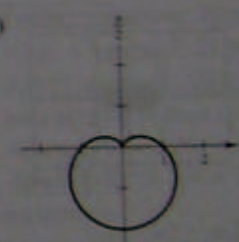


c) $r = 2 + \sin \theta$

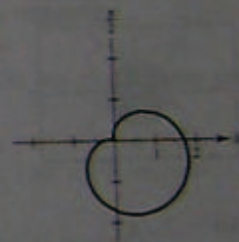
d) $r = 2 - \cos \theta$



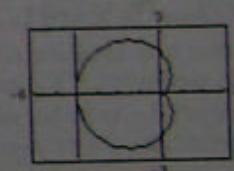
107. a)



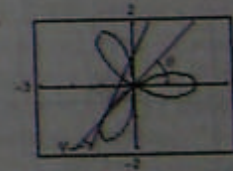
b)



109.



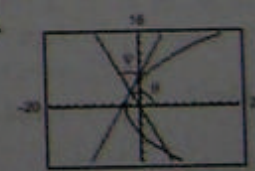
111.



$\psi = \pi/2$

$\psi = \arctan \frac{1}{3} \approx 18.4^\circ$

113.



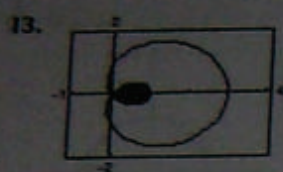
$\psi = \pi/3, 60^\circ$

115. Verdadero 117. Verdadero

Sección 10.5 (página 745)

1. $2 \int_{\pi/2}^{\pi} \sin^2 \theta d\theta$ 3. $\frac{1}{2} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} (1 - \sin \theta)^2 d\theta$

5. a) y b) 16π 7. $\pi/3$ 9. $\pi/8$ 11. $3\pi/2$



$$(2\pi - 3\sqrt{3})/2$$

17. $(1, \pi/2), (1, 3\pi/2), (0, 0)$

19. $\left(\frac{2 - \sqrt{2}}{2}, \frac{3\pi}{4}\right), \left(\frac{2 + \sqrt{2}}{2}, \frac{7\pi}{4}\right), (0, 0)$

21. $\left(\frac{3}{2}, \pi/6\right), \left(\frac{3}{2}, 5\pi/6\right), (0, 0)$ 23. $(2, 4), (-2, -4)$

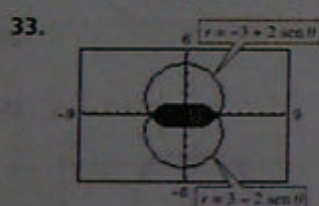
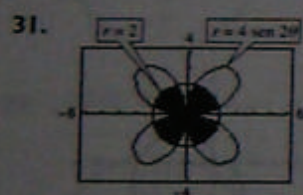
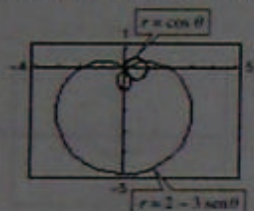
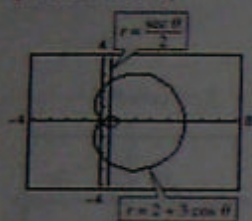
25. $(2, \pi/12), (2, 5\pi/12), (2, 7\pi/12), (2, 11\pi/12)$

$(2, 13\pi/12), (2, 17\pi/12), (2, 19\pi/12), (2, 23\pi/12)$

27. $(-0.581, \pm 2.607),$
 $(2.581, \pm 1.376)$

29. $(0, 0), (0.935, 0.363),$
 $(0.535, -1.006)$

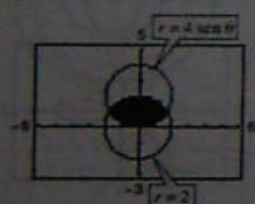
Las gráficas alcanzan el polo en
tiempos diferentes (valores de θ).



35. $\frac{4}{3}(4\pi - 3\sqrt{3})$

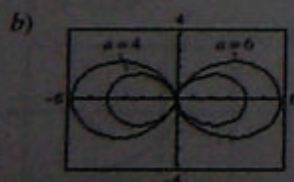
$11\pi - 24$

37. $5\pi a^2/4$ 39. $(a^2/2)(\pi - 2)$



$\frac{2}{3}(4\pi - 3\sqrt{3})$

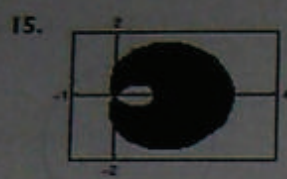
41. a) $(x^2 + y^2)^{3/2} = ax^2$



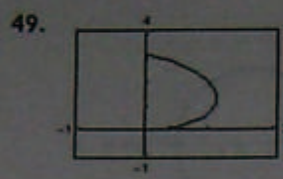
c) $15\pi/2$

43. El área encerrada por la función es $\pi a^2/4$ si n es impar y es $\pi a^2/2$ si n es par.

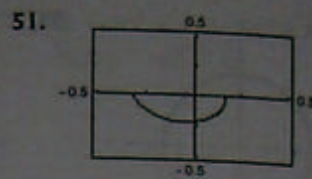
45. $2\pi a$ 47. 8



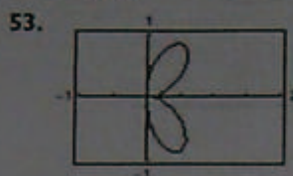
$$\pi + 3\sqrt{3}$$



$$\approx 4.16$$



$$\approx 0.71$$



$$\approx 4.39$$

57. $\frac{2\pi\sqrt{1+a^2}}{1+4a^2}(e^{2a} - 2a)$ 59. 21.87

61. Área = $\frac{1}{2} \int_a^b r^2 d\theta$; longitud de arco = $\int_a^b \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta$

63. a) Hay varias respuestas. 65. $40\pi^2$

67. a) 16π

b)

θ	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4
A	6.32	12.14	17.06	20.80	23.27	24.60	25.08

c) y d) $\frac{1}{4}$ del círculo ($4\pi \approx 12.57$) ≈ 0.42

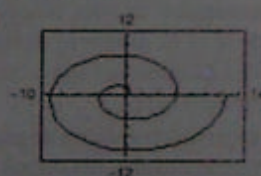
$\frac{1}{2}$ del círculo ($8\pi \approx 25.13$) $\approx 1.57(\pi/2)$

$\frac{3}{4}$ del círculo ($12\pi \approx 37.70$) ≈ 2.73

e) No. Los resultados no dependen del radio. Hay varias respuestas.

69. Circunferencia

71. a)



La gráfica se vuelve más grande
y más extendida. La gráfica se
retraza al eje y.

b) $(n\pi, an\pi)$ donde $n = 1, 2, 3$

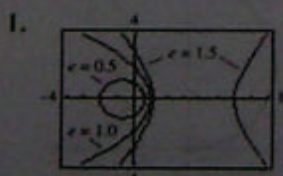
c) ≈ 21.26 d) $4/3\pi^3$

73. $r = \sqrt{2} \cos \theta$

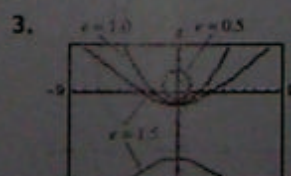
75. Falso. Las gráficas de $f(\theta) = 1$ y $g(\theta) = 1$ coinciden.

77. Demostración

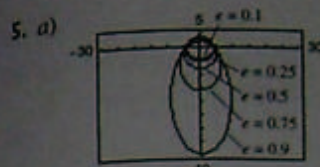
Sección 10.6 (página 753)



a) Parábola b) Elipse
c) Hipérbola

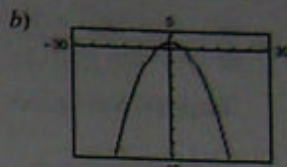


a) Parábola b) Elipse
c) Hipérbola

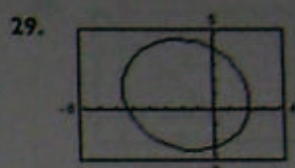


Elipse

Cuando $e \rightarrow 1^-$, la elipse se vuelve más elíptica, y cuando $e \rightarrow 0^+$, se vuelve más circular.

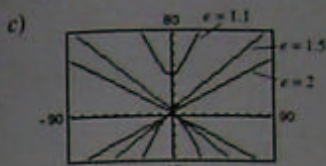


Parábola



Girada $\pi/6$ radianes en sentido contrario a las manecillas del reloj.

31. $r = \frac{5}{5 + 3 \cos(\theta + \frac{\pi}{4})}$

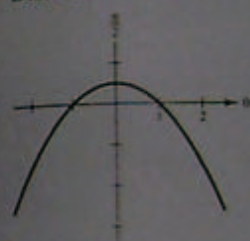


Hipérbola

Cuando $e \rightarrow 1^+$, la hipérbola abre más despacio, y cuando $e \rightarrow \infty$, abre más rápido.

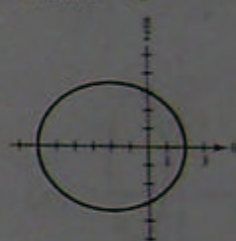
7. c) 8. f) 9. a) 10. e) 11. b) 12. d)

13. $e = 1$
Distancia = 1



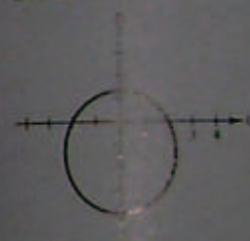
Parábola

15. $e = \frac{1}{2}$
Distancia = 6



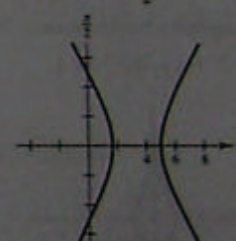
Elipse

17. $e = \frac{1}{2}$
Distancia = 4



Elipse

19. $e = 2$
Distancia = 4

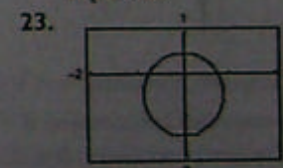


Hipérbola

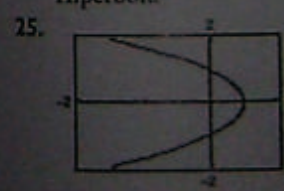
21. $e = 3$
Distancia = 1



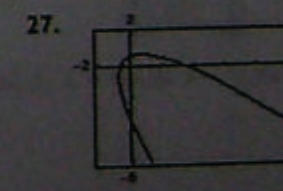
Hipérbola



Elipse



Parábola



Girada $\pi/4$ radianes en sentido contrario a las manecillas del reloj.

33. $r = 1/(1 - \cos \theta)$ 35. $r = 1/(2 + \sin \theta)$

37. $r = 2/(1 + 2 \cos \theta)$ 39. $r = 2/(1 - \sin \theta)$

41. $r = 16/(5 + 3 \cos \theta)$ 43. $r = 9/(4 - 5 \sin \theta)$

45. Si $0 < e < 1$, la cónica es una elipse.

Si $e = 1$, la cónica es una parábola.

Si $e > 1$, la cónica es una hipérbola.

47. a) Hipérbola b) Elipse c) Parábola d) Hipérbola

49. Demostración

51. $r^2 = \frac{9}{1 - (16/25) \cos^2 \theta}$ 53. $r^2 = \frac{-16}{1 - (25/9) \cos^2 \theta}$

55. ≈ 10.88 57. $\frac{7\,979.21}{1 - 0.9372 \cos \theta} \approx 11\,015$ mi

59. $r = \frac{149\,558\,278.0560}{1 - 0.0167 \cos \theta}$ 61. $r = \frac{5\,540\,410\,095.36}{1 - 0.2488 \cos \theta}$

Perihelio: 147 101 680 km

Perihelio: 4 436 587 200 km

Afelio: 152 098 320 km

Afelio: 7 375 412 800 km

63. Hay varias respuestas. Ejemplo de respuesta:

a) $9.341 \times 10^{18} \text{ km}^2$; 21.867 años

b) 0.8995 radianes; Mayor ángulo con el rayo más pequeño para generar un área igual

c) Apartado a): $2.559 \times 10^9 \text{ km}$; $1.17 \times 10^8 \text{ km/año}$

Apartado b): $4.119 \times 10^9 \text{ km}$; $1.88 \times 10^8 \text{ km/año}$

65. Demostración

67. Sea $r_1 = ed/(1 + \sin \theta)$ y $r_2 = ed/(1 - \sin \theta)$.

Los puntos de intersección de r_1 y r_2 son $(ed, 0)$ y (ed, π) . La pendiente de la recta tangente a r_1 en $(ed, 0)$ es -1 y en (ed, π) es 1 . La pendiente de la recta tangente a r_2 en $(ed, 0)$ es 1 y en (ed, π) es -1 . Por tanto, en $(ed, 0)$, $m_1 m_2 = -1$ y en (ed, π) , $m_1 m_2 = -1$ y las curvas se cortan en ángulos rectos.

Ejercicios de repaso del capítulo 10 (página 756)

1. e) 2. c) 3. b) 4. d) 5. a) 6. f)

7. Círculo

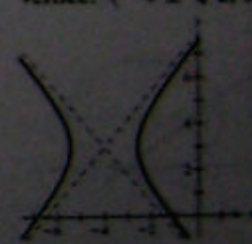
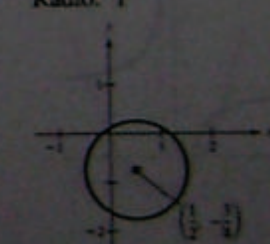
Centro: $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$

Radio: 1

9. Hipérbola

Centro: $(-4, 3)$

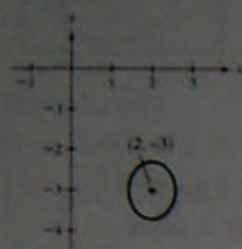
Vértice: $(-4 \pm \sqrt{2}, 3)$



11. Elipse

Centro: $(2, -3)$

Vértice: $(2, -3 \pm \sqrt{2}/2)$

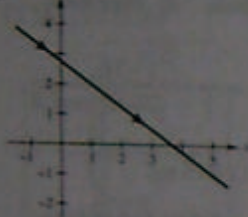


13. $y^2 - 4y - 12x + 4 = 0$ 15. $(x-2)^2/25 + y^2/21 = 1$

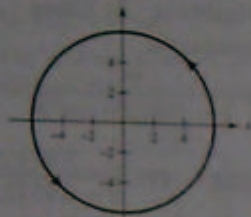
17. $x^2/16 - y^2/20 = 1$ 19. ≈ 15.87 21. $4x + 4y - 7 = 0$

23. a) $(0, 50)$ b) $\approx 38\,294.49$

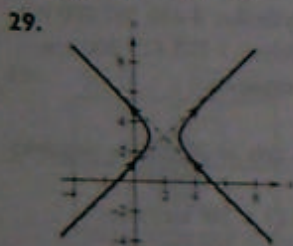
25. 27.



$4y + 3x - 11 = 0$



$x^2 + y^2 = 36$

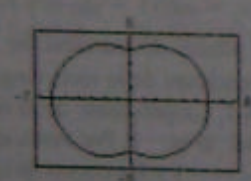


$(x-2)^2 - (y-3)^2 = 1$

33. $x = 4 \cos \theta - 3$

$y = 4 + 3 \sin \theta$

35.



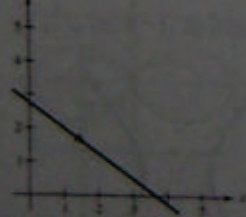
37. a) $dy/dx = -\frac{1}{2}$

Tangentes horizontales:

No hay

b) $y = (-3x + 11)/4$

c)



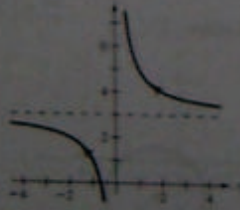
39. a) $dy/dx = -2t^2$

Tangentes horizontales:

No hay

b) $y = 3 + 2/x$

c)

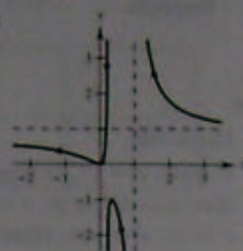


41. a) $\frac{dy}{dx} = \frac{(t-1)(2t+1)^2}{t^2(t-2)^2}$

Tangentes horizontales: $(\frac{1}{3}, -1)$

b) $y = \frac{4x^2}{(5x-1)(x-1)}$

c)

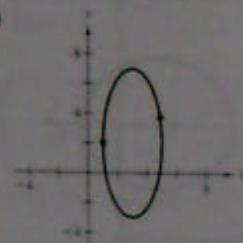


43. a) $\frac{dy}{dx} = -\frac{5}{2} \cot \theta$

Tangentes horizontales: $(3, 7), (3, -3)$

b) $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{25} = 1$

c)

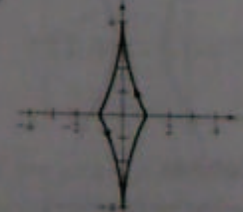


45. a) $\frac{dy}{dx} = -4 \tan \theta$

Tangentes horizontales: No hay

b) $x^{2/3} + (y/4)^{2/3} = 1$

c)

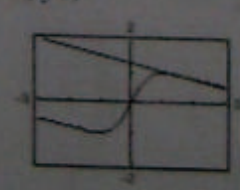


47. Recta tangente horizontal: $t = 0 (4, 0)$

49. Rectas tangentes horizontales: $\theta = 0$ y $\theta = \pi ((2, 2)$ y $(2, 0))$

Rectas tangentes verticales: $\theta = \pi/2$ y $\theta = 3\pi/2 ((4, 1)$ y $(0, 1))$

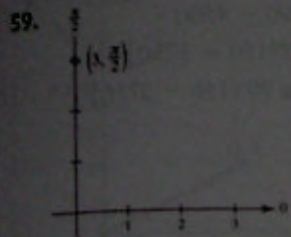
51. a) y c)



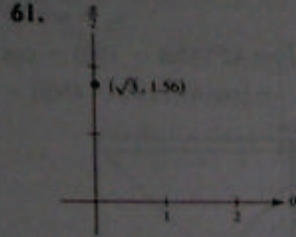
b) $dx/d\theta = -4, dy/d\theta = 1, dy/dx = -\frac{1}{4}$

53. $\frac{1}{2}\pi^2 r$

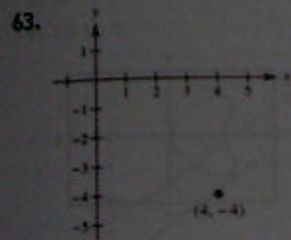
55. a) $s = 12\pi\sqrt{10} \approx 119.215$ 57. $A = 3\pi$
b) $s = 4\pi\sqrt{10} \approx 39.738$



Rectangular: (0, 3)



Rectangular: (0.0187, 1.7320)



$$\left(4\sqrt{2}, \frac{7\pi}{4}\right), \left(-4\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$$

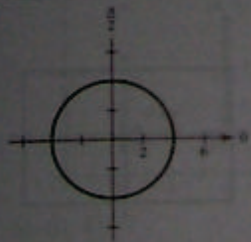
65. $x^2 + y^2 - 3x = 0$ 67. $(x^2 + y^2 + 2x)^2 = 4(x^2 + y^2)$

69. $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$ 71. $y^2 = x^2[(4-x)/(4+x)]$

73. $r = a \cos^2 \theta \sin \theta$ 75. $r^2 = a^2 \theta^2$

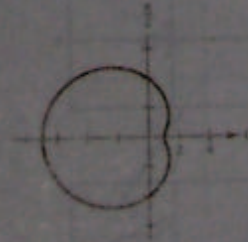
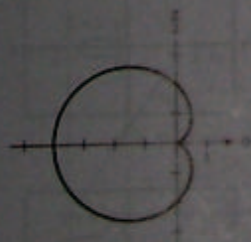
77. Círculo

79. Recta



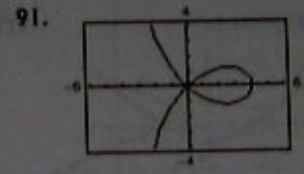
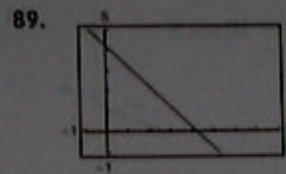
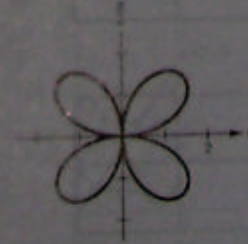
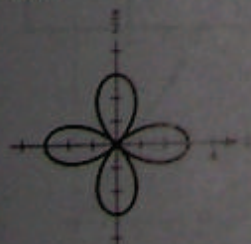
81. Cardioide

83. Caracol



85. Rosa

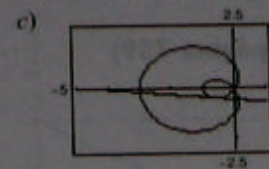
87. Rosa



93. a) $\pm \pi/3$

b) Vertical: $(-1, 0), (3, \pi), (\frac{1}{2}, \pm 1.318)$

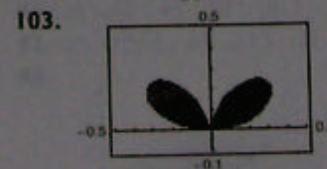
Horizontal: $(-0.686, \pm 0.568), (2.186, \pm 2.206)$



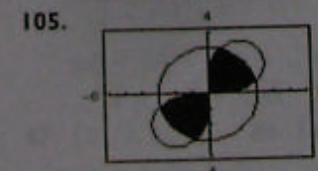
95. $\arctan(2\sqrt{3}/3) \approx 49.1^\circ$ 97. Demostración

99. $A = 2\left(\frac{1}{2}\right) \int_0^\pi (2 + \cos \theta)^2 d\theta \approx 14.14$

101. $A = 2\left(\frac{1}{2}\right) \int_0^{\pi/2} 4 \sin 2\theta d\theta \approx 4.00$



$$A = 2\left(\frac{1}{2}\right) \int_0^{\pi/2} \sin^2 \theta \cos^4 \theta d\theta \approx 0.10$$



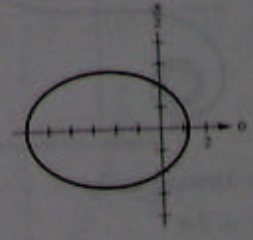
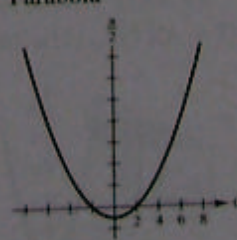
$$A = 2\left[\frac{1}{2} \int_0^{\pi/12} 18 \sin 2\theta + \frac{1}{2} \int_{\pi/12}^{5\pi/12} 9 d\theta + \frac{1}{2} \int_{5\pi/12}^{\pi/2} 18 \sin 2\theta d\theta\right]$$
$$\approx 1.2058 + 9.4248 + 1.2058 = 11.8364$$

107. $4a$

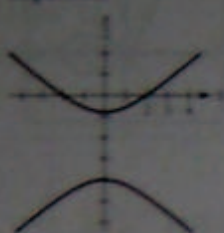
109. $S = 2\pi \int_0^{\pi/2} (1 + 4 \cos \theta) \sin \theta \sqrt{17 + 8 \cos \theta} d\theta$
$$= 34\pi\sqrt{17}/5 \approx 88.08$$

111. Parábola

113. Elipse

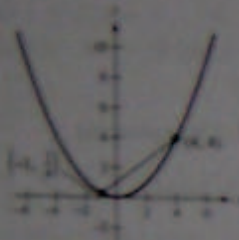


115. Hipérbola

117. $r = 10 \sin \theta$ 119. $r = 4/(1 - \cos \theta)$ 121. $r = 5/(3 - 2 \cos \theta)$

SP Solución de problemas (página 759)

1. a)

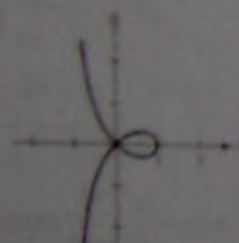


b) a c) Demostraciones

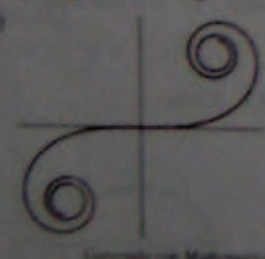
3. Demostración

5. a) $r = 2a \tan \theta \sec \theta$ b) $x = 2at^2/(1 + t^2)$ $y = 2at^3/(1 + t^2)$ c) $y^2 = x^3/(2a - x)$ 7. a) $y^2 = x^2[(1 - x)/(1 + x)]$ b) $r = \cos 2\theta \cdot \sec \theta$

c)

d) $y = x, y = -x$ e) $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, \pm \frac{\sqrt{5}-1}{2}\sqrt{-2+\sqrt{5}}\right)$

9. a)

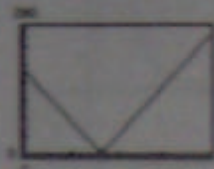


Generado con Mathematica

b) Demostración

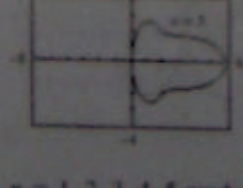
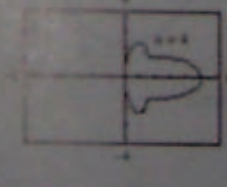
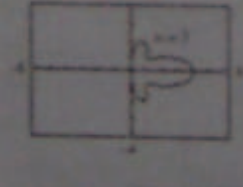
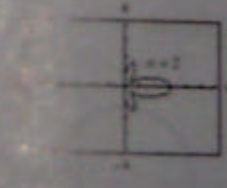
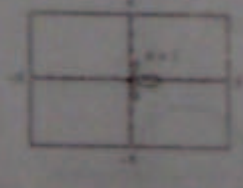
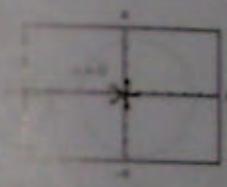
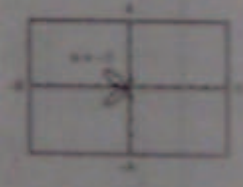
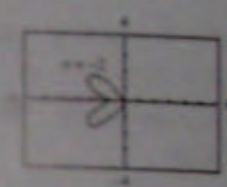
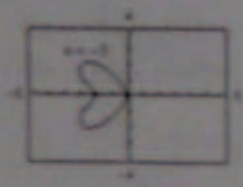
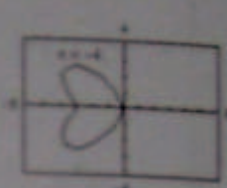
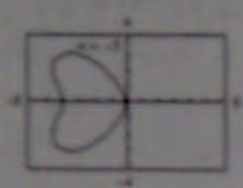
c) $a, 2\pi$ 11. $A = \frac{1}{2}ab$ 13. $r^2 = 2 \cos 2\theta$ 15. a) Primer plano: $x_1 = \cos 70^\circ(150 - 375t)$ $y_1 = \sin 70^\circ(150 - 375t)$ Segundo plano: $x_2 = \cos 45^\circ(450t - 190)$ $y_2 = \sin 45^\circ(450t - 190)$ b) $[(\cos 45^\circ(450t - 190) - \cos 70^\circ(150 - 375t))^2 + (\sin 45^\circ(450t - 190) - \sin 70^\circ(150 - 375t))^2]^{1/2}$

c)



0.4145 h; Si

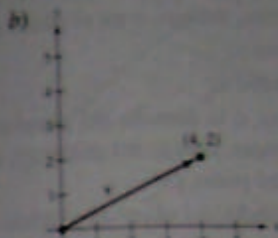
17.

 $n = 1, 2, 3, 4, 5$ produce "campanas"; $n = -1, -2, -3, -4, -5$ produce "corazones".

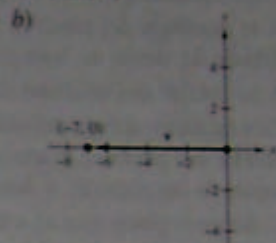
Capítulo 11

Sección 11.1 (página 769)

1. a) $(4, 2)$



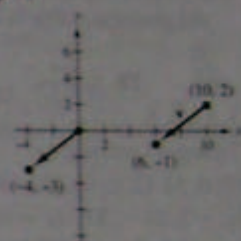
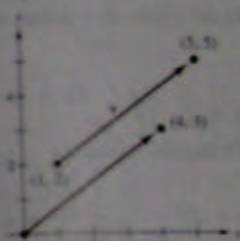
3. a) $(-7, 0)$



5. $u = v = (2, 4)$ 7. $u = v = (6, -5)$

9. a) y c)

11. a) y c)

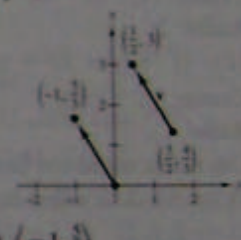
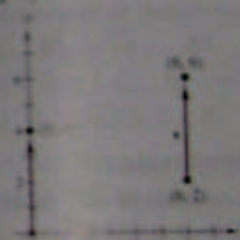


b) $(4, 3)$

b) $(-4, -3)$

13. a) y c)

15. a) y c)

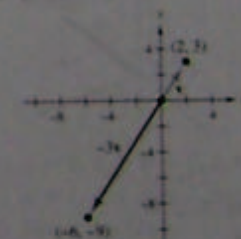
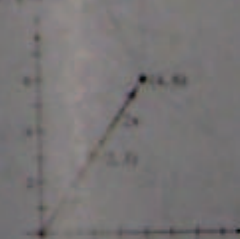


b) $(0, 4)$

b) $(-1, \frac{5}{2})$

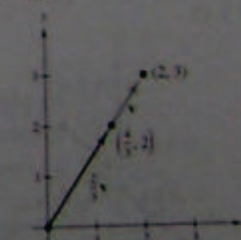
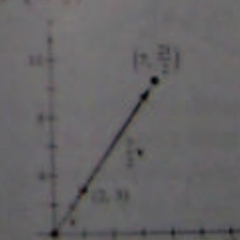
17. a) $(4, 0)$

b) $(-6, -9)$

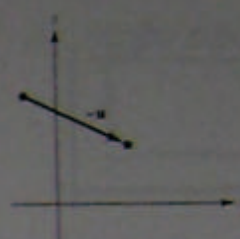


c) $(7, \frac{1}{2})$

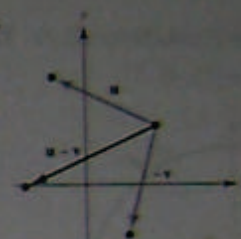
d) $(\frac{4}{3}, 2)$



19.



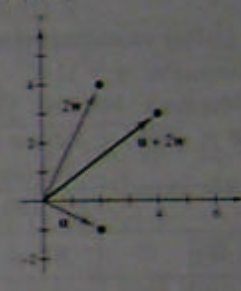
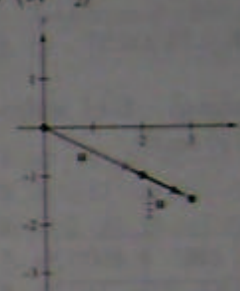
21.



23. a) $(\frac{8}{3}, 6)$ b) $(-2, -14)$ c) $(18, -7)$

25. $(3, -\frac{3}{2})$

27. $(4, 3)$



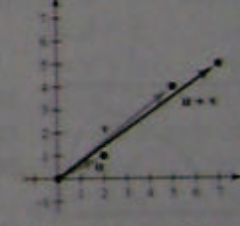
29. $(3, 5)$ 31. 5 33. $\sqrt{61}$ 35. 4

37. $(\sqrt{17}/17, 4\sqrt{17}/17)$ 39. $(3\sqrt{34}/34, 5\sqrt{34}/34)$

41. a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{5}$ c) 1 d) 1 e) 1 f) 1

43. a) $\sqrt{5}/2$ b) $\sqrt{13}$ c) $\sqrt{85}/2$ d) 1 e) 1 f) 1

45.



$$\|u\| + \|v\| = \sqrt{5} + \sqrt{41} \text{ y } \|u + v\| = \sqrt{74}$$

$$\sqrt{74} < \sqrt{5} + \sqrt{41}$$

47. $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ 49. $(1, \sqrt{3})$ 51. $(3, 0)$ 53. $(-\sqrt{3}, 1)$

55. $(\frac{2 + 3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$ 57. $(2\cos 4 + \cos 2, 2\sin 4 + \sin 2)$

59. Hay varias respuestas. Ejemplo: un escalar es un número real simple como 2. Un vector es un segmento de la recta que tiene dirección y magnitud. El vector $(\sqrt{3}, 1)$, dado mediante sus componentes, tiene dirección $\pi/6$ y magnitud de 2.

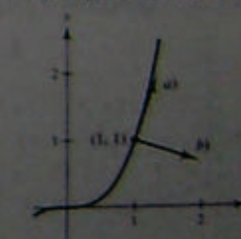
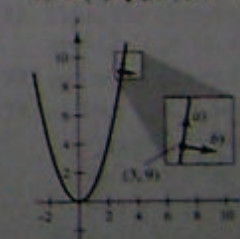
61. a) Vector; tiene magnitud y dirección

b) Escalar; sólo tiene magnitud

63. $a = 1, b = 1$ 65. $a = 1, b = 2$ 67. $a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{3}$

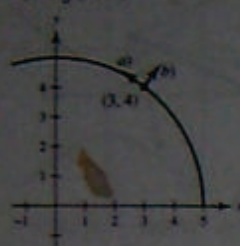
69. a) $\pm(1/\sqrt{37})(1, 6)$ 71. a) $\pm(1/\sqrt{10})(1, 3)$

b) $\pm(1/\sqrt{37})(6, -1)$ b) $\pm(1/\sqrt{10})(3, -1)$



73. a) $\pm \frac{1}{3}(-4, 3)$

b) $\pm \frac{1}{3}(3, 4)$



77. a) a c) Hay varias respuestas. 79. 1.33, 132.5°

81. a) Dirección: $\alpha = 11.8^\circ$

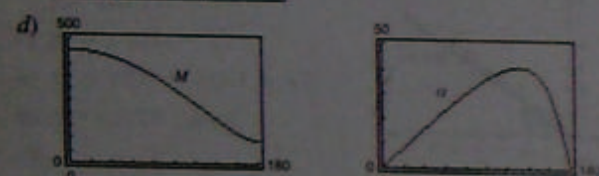
Magnitud: 440.2 N

b) $M = \sqrt{(275 + 180 \cos \theta)^2 + (180 \sin \theta)^2}$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{180 \sin \theta}{275 + 180 \cos \theta}\right)$$

θ	0°	30°	60°	90°	120°
M	455.0	440.2	396.9	328.7	241.9
α	0°	11.8°	23.1°	33.2°	40.1°

θ	150°	180°
M	149.3	95.0
α	37.1°	0°



e) M disminuye porque las fuerzas cambian de actuar en la misma dirección a actuar en direcciones opuestas cuando θ aumenta de 0° a 180° .

83. 71.3° , 228.5 lb

85. a) $\theta = 0^\circ$ b) $\theta = 180^\circ$

c) No, el resultante sólo puede ser menor o igual que la suma.

87. $(-4, -1)$, $(6, 5)$, $(10, 3)$

89. Tensión en el cable AC = 1 758.8 lb

Tensión en el cable BC = 1 305.4 lb

91. Horizontal: 1 193.43 pies/s 93. 38.3° noroeste

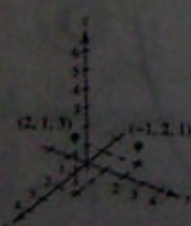
Vertical: 125.43 pies/s 882.9 kph

95. Verdadero 97. Verdadero 99. Falso: $\|a\mathbf{i} + b\mathbf{j}\| = \sqrt{2}\|a\|$

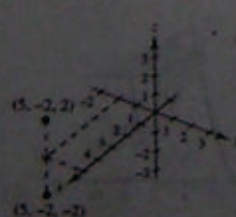
101 a 103. Demostraciones 105. $x^2 + y^2 = 25$

Sección 11.2 (página 778)

1.



3.



5. $A(2, 3, 4)$ 7. $(-3, 4, 5)$ 9. $(10, 0, 0)$ 11. 0
 $B(-1, -2, 2)$

13. Seis unidades sobre el plano xy 15. Cuatro unidades delante del plano yz 17. A la izquierda del plano xz y sobre, debajo, o en el plano xy y delante de, detrás de, o en el plano yz 19. A no más de tres unidades del plano xz 21. Tres unidades debajo del plano xy , a la derecha del plano xz , y delante del plano yz , o tres unidades debajo del plano xy , a la izquierda del plano xz , y detrás del plano yz 23. 1. Sobre el plano xy y a) a la derecha del plano xz y detrás del plano yz o b) a la izquierda del plano xz y delante del plano yz , o2. Debajo del plano xy y a) a la derecha del plano xz y delante del plano yz o b) a la izquierda del plano xz y detrás del plano yz

25. $\sqrt{65}$ 27. $\sqrt{61}$

29. $3, 3\sqrt{5}, 6$

31. $6, 6, 2\sqrt{10}$

Triángulo rectángulo

Triángulo isósceles

33. $(0, 0, 5)$, $(2, 2, 6)$, $(2, -4, 9)$

35. $(\frac{1}{2}, -3, 5)$ 37. $(x-0)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 4$

39. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-0)^2 = 10$

41. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = 25$

Centro: $(1, -3, -4)$

Radio: 5

43. $(x-\frac{1}{3})^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$

Centro: $(\frac{1}{3}, -1, 0)$

Radio: 1

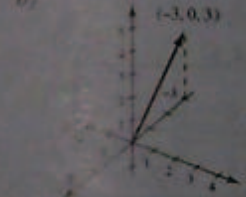
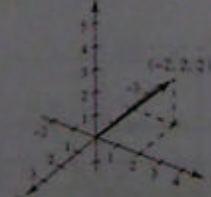
45. Una esfera sólida con centro $(0, 0, 0)$ y radio 647. El interior de la esfera de radio 4 centrada en $(2, -3, 4)$

49. a) $(-2, 2, 2)$

51. a) $(-4, 0, 3)$

b)

b)



53. $\mathbf{u} = \langle 1, -1, 6 \rangle$

$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{38}$

$\frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|} = \frac{1}{\sqrt{38}} \langle 1, -1, 6 \rangle$

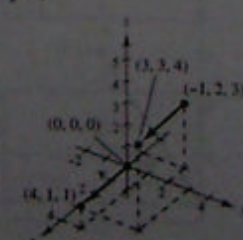
57. a) y c)

55. $\mathbf{u} = \langle -4, 0, -1 \rangle$

$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{17}$

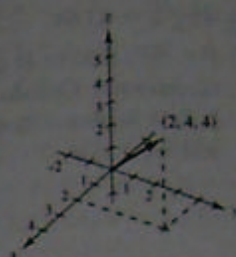
$\frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|} = \frac{1}{\sqrt{17}} \langle -4, 0, -1 \rangle$

59. $(3, 1, 8)$

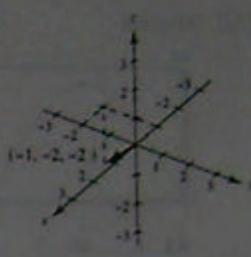


b) $\langle 4, 1, 1 \rangle$

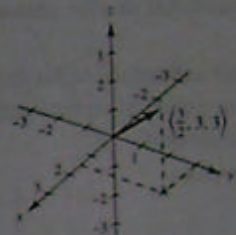
61. a)



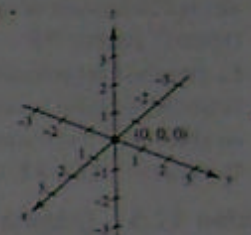
b)



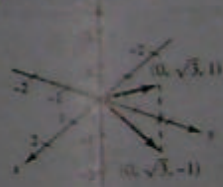
c)



d)

63. $(-1, 0, 4)$ 65. $(6, 12, 6)$ 67. $(\frac{7}{2}, 3, \frac{5}{2})$

69. a) y b) 71. a) 73. Colineales 75. No colineales

77. $\vec{AB} = (1, 2, 3)$ $\vec{CD} = (1, 2, 3)$ $\vec{BD} = (-2, 1, 1)$ $\vec{AC} = (-2, 1, 1)$ Como $\vec{AB} = \vec{CD}$ y $\vec{BD} = \vec{AC}$, los puntos dados forman los vértices de un paralelogramo.79. 0 81. $\sqrt{14}$ 83. $\sqrt{34}$ 85. a) $\frac{1}{3}(2, -1, 2)$ b) $-\frac{1}{3}(2, -1, 2)$ 87. a) $(1/\sqrt{38})(3, 2, -5)$ b) $-(1/\sqrt{38})(3, 2, -5)$ 89. a) a d) Hay varias respuestas. 91. $\pm \frac{5}{3}$ 93. $(0, 10/\sqrt{2}, 10/\sqrt{2})$ 95. $(1, -1, \frac{1}{2})$ 97. 99. $(2, -1, 2)$  $(0, \sqrt{3}, \pm 1)$

101. a)

b) $a = 0, a + b = 0, b = 0$ c) $a = 1, a + b = 2, b = 1$

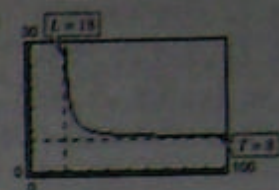
d) No es posible

103. x_0 es la distancia dirigida al plano yz . y_0 es la distancia dirigida al plano xz . z_0 es la distancia dirigida al plano xy .105. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$ 107. 0109. a) $T = 8L/\sqrt{L^2 - 18^2}, L > 18$

b)

L	20	25	30	35	40	45	50
T	18.4	11.5	10	9.3	9.0	8.7	8.6

c)



d) Demostración e) 30 pulg

111. $(\sqrt{3}/3)(1, 1, 1)$

113. Tensión en el cable AB: 202.919 N

Tensión en el cable AC: 157.909 N

Tensión en el cable AD: 226.521 N

115. $(x - \frac{4}{3})^2 + (y - 3)^2 + (z + \frac{1}{3})^2 = \frac{49}{9}$

Sección 11.3 (página 787)

1. a) -6 b) 25 c) 25 d) $(-12, 18)$ e) -123. a) -17 b) 26 c) 26 d) $(51, -34)$ e) -345. a) 2 b) 29 c) 29 d) $(0, 12, 10)$ e) 47. a) 1 b) 6 c) 6 d) $i - k$ e) 29. 20 11. $\pi/2$ 13. $\arccos(-1/5\sqrt{2}) \approx 98.1^\circ$ 15. $\arccos(\sqrt{2}/3) \approx 61.9^\circ$ 17. $\arccos(-8\sqrt{13}/65) \approx 116.3^\circ$

19. Ni uno ni otro 21. Ortogonal 23. Ni uno ni otro

25. Ortogonal 27. Triángulo rectángulo; hay varias respuestas.

29. Triángulo agudo; hay varias respuestas.

31. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ 33. $\cos \alpha = 0$ $\cos \beta = \frac{2}{3}$ $\cos \beta = 3/\sqrt{13}$ $\cos \gamma = \frac{2}{3}$ $\cos \gamma = -2/\sqrt{13}$ 35. $\alpha = 43.3^\circ, \beta = 61.0^\circ, \gamma = 119.0^\circ$ 37. $\alpha = 100.5^\circ, \beta = 24.1^\circ, \gamma = 68.6^\circ$

39. Magnitud: 124.310 lb

 $\alpha = 29.48^\circ, \beta = 61.39^\circ, \gamma = 96.53^\circ$ 41. $\alpha = 90^\circ, \beta = 45^\circ, \gamma = 45^\circ$ 43. $(4, -1)$ 45. $(2, 1, 1)$ 47. a) $(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$ b) $(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ 49. a) $(0, \frac{33}{25}, \frac{44}{25})$ b) $(2, -\frac{8}{25}, \frac{6}{25})$

51. Ver "Definición de producto escalar", página 781.

53. a) $\theta = \pi/2$ b) $0 < \theta < \pi/2$ c) $\pi/2 < \theta < \pi$

55. Ver las definiciones de cosenos directores y ángulos directores en la página 784.

57. a) Los vectores son paralelos.

b) Los vectores son ortogonales.

59. \$12 351.25; ingreso total 61. a) a c) Hay varias respuestas.

63. Hay varias respuestas. 65. $(0, 0)$ 67. Hay varias respuestas. Ejemplo: $(4, 3)$ y $(-4, -3)$ 69. Hay varias respuestas. Ejemplo: $(2, 0, 3)$ y $(-2, 0, -3)$

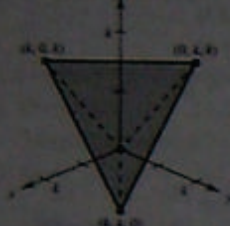
71. a) 8 335.1 lb b) 47 270.8 lb 73. 425 lb-pie

75. Falso. Por ejemplo, $(1, 1) \cdot (2, 3) = 5$ y $(1, 1) \cdot (1, 4) = 5$, pero $(2, 3) \neq (1, 4)$.77. $\arccos(1/\sqrt{3}) \approx 54.7^\circ$ 79. a) Para $y = x^2$ en $(1, 1)$: $(\pm\sqrt{5}/5, \pm 2\sqrt{5}/5)$ Para $y = x^{1/3}$ en $(1, 1)$: $(\pm 3\sqrt{10}/10, \pm \sqrt{10}/10)$ Para $y = x^2$ en $(0, 0)$: $(\pm 1, 0)$ Para $y = x^{1/3}$ en $(0, 0)$: $(0, \pm 1)$ b) En $(1, 1)$, $\theta = 45^\circ$ En $(0, 0)$, $\theta = 90^\circ$

81. a) Para $y = 1 - x^2$ en $(1, 0)$: $\langle \pm\sqrt{5}/5, -2\sqrt{5}/5 \rangle$
 Para $y = x^2 - 1$ en $(1, 0)$: $\langle \pm\sqrt{5}/5, \pm 2\sqrt{5}/5 \rangle$
 Para $y = 1 - x^2$ en $(-1, 0)$: $\langle \pm\sqrt{5}/5, \pm 2\sqrt{5}/5 \rangle$
 Para $y = x^2 - 1$ en $(-1, 0)$: $\langle \pm\sqrt{5}/5, \mp 2\sqrt{5}/5 \rangle$
 b) En $(1, 0)$, $\theta = 53.13^\circ$
 En $(-1, 0)$, $\theta = 53.13^\circ$

83. Demostración

85. a) b)
- $k\sqrt{2}$
- c)
- 60°
- d)
- 109.5°



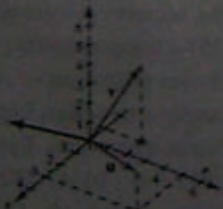
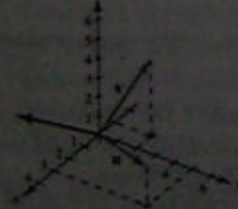
87 a 89. Demostraciones

Sección 11.4 (página 796)

1. $-k$ 3. i 5. $-j$ 

7. a) $-22i + 16j - 23k$ b) $22i - 16j + 23k$ c) 0
 9. a) $17i - 33j - 10k$ b) $-17i + 33j + 10k$ c) 0

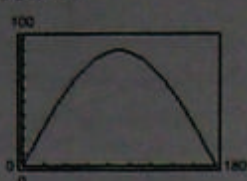
11. $\langle -1, -1, -1 \rangle$ 13. $\langle 0, 0, 54 \rangle$ 15. $\langle -2, 3, -1 \rangle$
 17. 19.



21. $\langle -70, -23, 57/2 \rangle$
 $\langle -140/\sqrt{24965}, -46/\sqrt{24965}, 57/\sqrt{24965} \rangle$
 23. $\langle -71/\sqrt{7602}, -44/\sqrt{7602}, 25/\sqrt{7602} \rangle$

25. Hay varias respuestas. 27. 1 29. $6\sqrt{5}$ 31. $2\sqrt{83}$
 33. $3\sqrt{13}/2$ 35. $\sqrt{16742}/2$ 37. $10 \cos 40 \approx 7.66$ pie-lb

39. a)
- $90 \sin \theta$



- b)
- $45\sqrt{2} \approx 63.64$

c) $\theta = 90^\circ$. Esto es lo que debería esperarse. Cuando $\theta = 90^\circ$, la llave inglesa o llave Stillson está horizontal.

41. 1 43. 6 45. 2 47. 75

49. Ver la "Definición de producto vectorial de dos vectores en el espacio", página 790.

51. La magnitud del producto vectorial aumentará en un factor de 4.

53. Falso. El producto vectorial de dos vectores no está definido en un sistema de coordenadas bidimensional.

55. Verdadero 57 a 63. Demostraciones

Sección 11.5 (página 805)

1. a)



- b) $P = (1, 2, 2)$, $Q = (10, -1, 17)$, $\overrightarrow{PQ} = \langle 9, -3, 15 \rangle$
 (Hay muchas respuestas correctas.) Los componentes del vector y los coeficientes de t son proporcionales porque la recta es paralela a \overrightarrow{PQ} .
 c) $\langle -\frac{1}{3}, \frac{12}{5}, 0 \rangle$, $\langle 7, 0, 12 \rangle$, $\langle 0, \frac{7}{3}, \frac{4}{3} \rangle$

Ecuaciones
paramétricasEcuaciones
simétricasNúmeros
de dirección

- 3.
- $x = t$
-
- $y = 2t$
-
- $z = 3t$

$$x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$

1, 2, 3

- 5.
- $x = -2 + 2t$
-
- $y = 4t$
-
- $z = 3 - 2t$

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z-3}{-2}$$

2, 4, -2

- 7.
- $x = 1 + 3t$
-
- $y = -2t$
-
- $z = 1 + t$

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$$

3, -2, 1

- 9.
- $x = 5 + 17t$
-
- $y = -3 - 11t$
-
- $z = -2 - 9t$

$$\frac{x-5}{17} = \frac{y+3}{-11} = \frac{z+2}{-9}$$

17, -11, -9

- 11.
- $x = 2 + 8t$
-
- $y = 3 + 5t$
-
- $z = 12t$

$$\frac{x-2}{8} = \frac{y-3}{5} = \frac{z}{12}$$

8, 5, 12

- 13.
- $x = 2$
-
- $y = 3$
-
- $z = 4 + t$

$$15. x = 2 + 3t$$

$$y = 3 + 2t$$

$$z = 4 - t$$

17. $x = 5 + 2t$
 $y = -3 - t$
 $z = -4 + 3t$

$$\begin{aligned} 19. \quad x &= 2 - t \\ y &= 1 + t \\ z &= 2 + t \end{aligned}$$

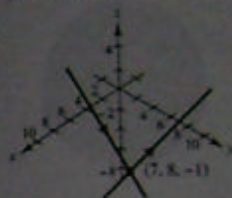
$$21. \quad P(3, -1, -2); \mathbf{v} = \langle -1, 2, 0 \rangle$$

$$23. \quad P(7, -6, -2); \mathbf{v} = \langle 4, 2, 1 \rangle$$

$$25. \quad L_1 = L_2 \text{ y es paralelo a } L_3.$$

$$27. \quad (2, 3, 1); \cos \theta = 7\sqrt{17}/51 \quad 29. \quad \text{No se cortan}$$

31.



(7, 8, -1)

$$33. \quad a) \quad P = (0, 0, -1), Q = (0, -2, 0), R = (3, 4, -1)$$

$$\overrightarrow{PQ} = \langle 0, -2, 1 \rangle, \overrightarrow{PR} = \langle 3, 4, 0 \rangle$$

(Hay muchas respuestas correctas.)

$$b) \quad \overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR} = \langle -4, 3, 6 \rangle$$

Los componentes del producto vectorial son proporcionales a los coeficientes de las variables en la ecuación. El producto vectorial es paralelo al vector normal.

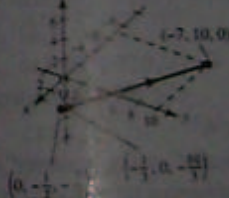
$$35. \quad x - 2 = 0 \quad 37. \quad 2x + 3y - z = 10$$

$$39. \quad x - y + 2z = 12 \quad 41. \quad 3x + 9y - 7z = 0$$

$$43. \quad 4x - 3y + 4z = 10 \quad 45. \quad z = 3 \quad 47. \quad x + y + z = 5$$

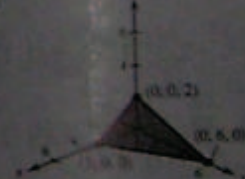
$$49. \quad 7x + y - 11z = 5 \quad 51. \quad y - z = -1$$

$$53. \quad \quad \quad 55. \quad x - z = 0$$

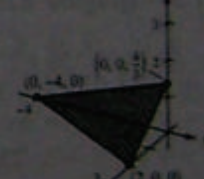


$$57. \quad \text{Ortogonal} \quad 59. \quad \text{Ni uno ni otro; } 83.5^\circ \quad 61. \quad \text{Paralelos}$$

63.



65.



67.



69.



71.



73.



$$75. \quad P_1 = P_2 \text{ y es paralelo a } P_3.$$

$$77. \quad \text{Los planos tienen intersecciones en } (c, 0, 0), (0, c, 0) \text{ y } (0, 0, c) \text{ para todo número real } c.$$

$$79. \quad \text{Si } c = 0, z = 0 \text{ es el plano } xy. \text{ Si } c \neq 0, \text{ el plano es paralelo al eje } x \text{ y pasa a través de } (0, 0, 0) \text{ y } (0, 1, -c).$$

$$81. \quad x = 2 \quad 83. \quad (2, -3, 2) \text{ la recta no se encuentra en el plano.}$$

$$85. \quad \text{No se cortan} \quad 87. \quad 6\sqrt{14}/7 \quad 89. \quad 11\sqrt{6}/6$$

$$91. \quad 2\sqrt{26}/13 \quad 93. \quad 27\sqrt{94}/188 \quad 95. \quad \sqrt{2322}/17$$

$$97. \quad 7\sqrt{3}/3 \quad 99. \quad \sqrt{66}/3$$

$$101. \quad \text{Ecuaciones paramétricas: } x = x_1 + at, y = y_1 + bt, z = z_1 + ct$$

$$\text{Ecuaciones simétricas: } \frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$$

Se necesita un vector $\mathbf{v} = \langle a, b, c \rangle$ paralelo a la recta y un punto $P(x_1, y_1, z_1)$ en la recta.

$$103. \quad \text{Resolver simultáneamente las dos ecuaciones lineales que representan los planos y sustituir los valores en una de las ecuaciones originales. Después elegir un valor para } t \text{ y dar las ecuaciones paramétricas correspondientes a la recta de intersección.}$$

$$105. \quad a) \quad \text{Paralelos si el vector } (a_1, b_1, c_1) \text{ es un múltiplo escalar de } (a_2, b_2, c_2); \theta = 0.$$

$$b) \quad \text{Perpendiculares si } a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0; \theta = \pi/2.$$

$$107. \quad chx + acy + abz = abc$$

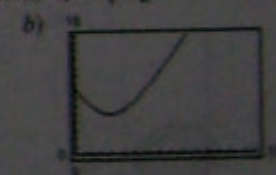
$$109. \quad a)$$

Año	1994	1995	1996	1997	1998
z (aprox.)	8.74	8.40	8.26	8.06	7.88

Año	1999	2000
z (aprox.)	7.82	7.70

b) Hay varias respuestas.

$$111. \quad a) \quad \sqrt{70} \text{ pulg}$$



c) La distancia nunca es cero.

d) 5 pulg

$$113. \quad \left(\frac{7}{11}, \frac{9}{11}, -\frac{7}{11}\right) \quad 115. \quad \left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$117. \quad \text{Verdadero} \quad 119. \quad \text{Verdadero}$$

Sección 11.6 (página 818)

$$1. \quad c) \quad 2. \quad c) \quad 3. \quad f) \quad 4. \quad b) \quad 5. \quad d) \quad 6. \quad a)$$

$$7. \quad \text{Plano}$$

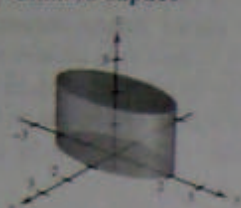
$$9. \quad \text{Cilindro circular recto}$$



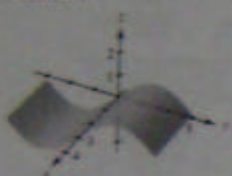
11. Cilindro parabólico



13. Cilindro elíptico

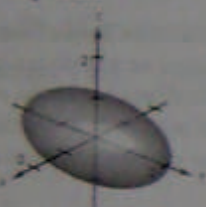


15. Cilindro

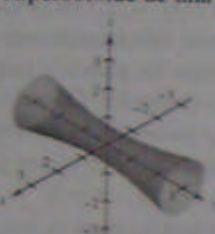


17. a) (20, 0, 0) b) (10, 10, 20)
c) (0, 0, 20) d) (0, 20, 0)

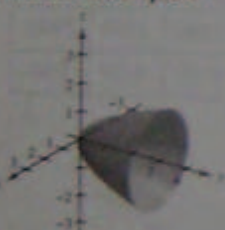
19. Elipsoide



21. Hiperboloide de una hoja



23. Paraboloide elíptico



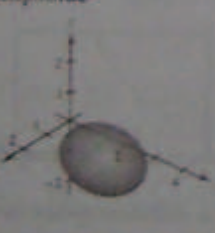
25. Paraboloide hiperbólico



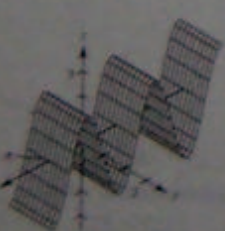
27. Cono elíptico



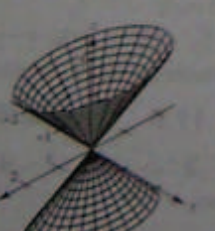
29. Elipsoide



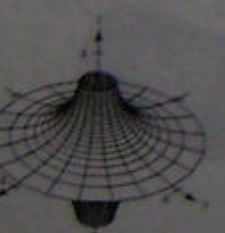
31.



33.



35.



37.



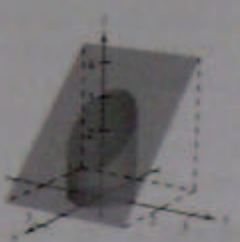
39.



41.



43.



45. $x^2 + z^2 = 4y$

47. $4x^2 + 4y^2 = z^2$ 49. $y^2 + z^2 = 4/x^2$

51. $y = \sqrt{2z}$ (o $x = \sqrt{2z}$)

53. Sea C una curva en un plano y sea L una recta que no se encuentre en un plano paralelo. Al conjunto de todas las rectas paralelas a L y que cortan a C se le llama un cilindro. C es llamada la curva directriz del cilindro, y las rectas paralelas se llaman rectas generatrices.

55. Ver las páginas 812 y 813. 57. $128\pi/3$

59. a) Eje mayor: $4\sqrt{2}$ b) Eje mayor: $8\sqrt{2}$

Eje menor: 4 Eje menor: 8

Focos: $(0, \pm 2, 2)$ Focos: $(\pm 4, \pm 4, 8)$

61. $x^2 + z^2 = 8y$; Paraboloide elíptico

63. $x^2/3 963^2 + y^2/3 963^2 + z^2/3 963^2 = 1$

65. $x = at, y = -bt, z = 0$

$x = at, y = bt + ab^2, z = 2ab^2t + a^2b^2$

67. Verdadero

69. La botella de Klein no tiene un "interior" y un "exterior". Se forma insertando el extremo delgado abierto a través del costado de la botella y uniéndolo a la base de la botella.

Sección 11.7 (página 825)

1. $(5, 0, 2)$ 3. $(1, \sqrt{3}, 2)$ 5. $(-2\sqrt{2}, -2, 3)$ 7. $(5, \pi/2, 1)$

9. $(2, \pi/3, 4)$ 11. $(2\sqrt{2}, -\pi/4, -1)$ 13. $z = 5$

15. $r^2 + z^2 = 10$ 17. $r = \sec \theta \tan \theta$ 19. $r^2 \sin^2 \theta = 10 - z^2$

21. $x^2 + y^2 = 4$ 23. $x - \sqrt{3}y = 0$



25. $x^2 + y^2 - 2y = 0$

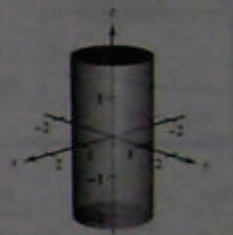
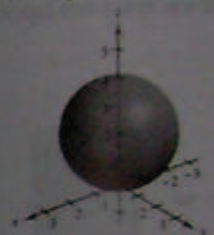
27. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$



29. $(4, 0, \pi/2)$ 31. $(4\sqrt{2}, 2\pi/3, \pi/4)$ 33. $(4, \pi/6, \pi/6)$
 35. $(\sqrt{6}, \sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ 37. $(0, 0, 12)$ 39. $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, -5\sqrt{2}/2)$
 41. $\rho = 3 \csc \phi \csc \theta$ 43. $\rho = 6$
 45. $\rho = 3 \csc \phi$ 47. $\tan^2 \phi = 2$
 49. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 51. $3x^2 + 3y^2 - z^2 = 0$



53. $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$ 55. $x^2 + y^2 = 1$



57. $(4, \pi/4, \pi/2)$ 59. $(4\sqrt{2}, \pi/2, \pi/4)$
 61. $(2\sqrt{13}, -\pi/6, \arccos[3/\sqrt{13}])$ 63. $(13, \pi, \arccos[5/13])$
 65. $(10, \pi/6, 0)$ 67. $(36, \pi, 0)$
 69. $(3\sqrt{3}, -\pi/6, 3)$ 71. $(4, 7\pi/6, 4\sqrt{3})$
- | Rectangulares | Cilíndricas | Esféricas |
|--|---------------------------|--------------------------|
| 73. $(4, 6, 3)$ | $(7.211, 0.983, 3)$ | $(7.810, 0.983, 1.177)$ |
| 75. $(4.698, 2.710, 8)$ | $(5, \pi/9, 8)$ | $(9.434, 0.349, 0.559)$ |
| 77. $(-7.071, 12.247, 14.142)$ | $(14.142, 2.094, 14.142)$ | $(20, 2\pi/3, \pi/4)$ |
| 79. $(3, -2, 2)$ | $(3.606, -0.588, 2)$ | $(4.123, -0.588, 1.064)$ |
| 81. $(\frac{5}{3}, \frac{4}{3}, -\frac{2}{3})$ | $(2.833, 0.490, -1.5)$ | $(3.206, 0.490, 2.058)$ |
| 83. $(-3.536, 3.536, -5)$ | $(5, 3\pi/4, -5)$ | $(7.071, 2.356, 2.356)$ |
| 85. $(2.804, -2.095, 6)$ | $(-3.5, 2.5, 6)$ | $(6.946, 5.642, 0.528)$ |
| 87. d) 88. e) 89. c) 90. a) 91. f) 92. b) | | |

93. Rectangulares a cilíndricas:

$$r^2 = x^2 + y^2, \tan \theta = y/x, z = z$$

Cilíndricas a rectangulares:

$$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, z = z$$

95. Rectangulares a esféricas:

$$\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2, \tan \theta = y/x, \phi = \arccos(z/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$$

Esféricas a rectangulares:

$$x = \rho \sin \phi \cos \theta, y = \rho \sin \phi \sin \theta, z = \rho \cos \phi$$

97. a) $r^2 + z^2 = 16$ b) $\rho = 4$

99. a) $r^2 + (z - 1)^2 = 1$ b) $\rho = 2 \cos \phi$

101. a) $r = 4 \sin \theta$ b) $\rho = 4 \sin \theta / \sin \phi = 4 \sin \theta \csc \phi$

103. a) $r^2 = 9/(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$

b) $\rho^2 = 9 \csc^2 \phi / (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$

105.



107.



109.



111.



113. Rectangulares: $0 \leq x \leq 10$

$$0 \leq y \leq 10$$

$$0 \leq z \leq 10$$

115. Esféricas: $4 \leq \rho \leq 6$

117. Cilíndricas: $r^2 + z^2 \leq 9, r \leq 3 \cos \theta, 0 \leq \theta \leq \pi$

119. Falso. $\theta = c$ representa medio plano vertical.

121. Falso. Ver página 821. 123. Elipse

Ejercicios de repaso del capítulo 11 (página 827)

1. a) $\mathbf{u} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j}$ b) $2\sqrt{5}$ c) $10\mathbf{i}$

$$\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$$

3. $\mathbf{v} = \langle -4, 4\sqrt{3} \rangle$ 5. $(-5, 4, 0)$

7. Sobre el plano xy y a la derecha del plano xz o bajo el plano xy y a la izquierda del plano xz .

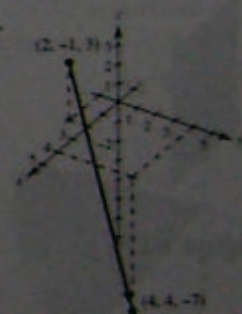
9. $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 6)^2 = \frac{225}{4}$

11. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 9$

Centro: $(2, 3, 0)$

Radio: 3

13.



$$\mathbf{u} = \langle 2, 5, -10 \rangle$$

17. $(1/\sqrt{38})(2, 3, 5)$

19. a) $\mathbf{u} = \langle -1, 4, 0 \rangle, \mathbf{v} = \langle -3, 0, 6 \rangle$ b) 3 c) 45

21. Ortogonales 23. $\theta = \arccos\left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}\right) = 15^\circ$ 25. π

27. Hay varias respuestas. Ejemplo: $\langle -6, 5, 0 \rangle, \langle 6, -5, 0 \rangle$

29. $\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = 14 = \|\mathbf{u}\|^2$ 31. $\langle -\frac{15}{14}, \frac{5}{7}, -\frac{5}{14} \rangle$

33. $(1/\sqrt{5})(-21 - \mathbf{j})$ o $(1/\sqrt{5})(21 + \mathbf{j})$

35. 4 37. $\sqrt{285}$ 39. $100 \sec 20^\circ \approx 106.4$ lb

41. a) $x = 3 + 6t, y = 11t, z = 2 + 4t$

b) $(x - 3)/6 = y/11 = (z - 2)/4$

43. a) $x = 1, y = 2 + t, z = 3$ b) Ninguno

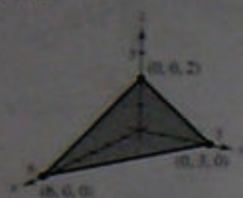
45. a) $x = t, y = -1 + t, z = 1$ b) $x = y + 1, z = 1$

47. $27x + 4y + 32z + 33 = 0$ 49. $x + 2y = 1$

51. $\frac{8}{5}$ 53. $\sqrt{35}/7$

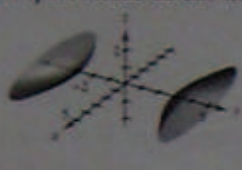
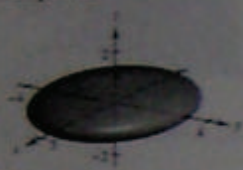
55. Plano

57. Plano



59. Elipsoide

61. Hiperboloide de dos hojas



63. Cilindro

65. Sea $y = 2\sqrt{x}$ y girar alrededor del eje x .

67. a) $(4, 3\pi/4, 2)$ b) $(2\sqrt{5}, 3\pi/4, \arccos[\sqrt{5}/5])$

69. $(50\sqrt{5}, -\pi/6, \arccos[1/\sqrt{5}])$

71. $(25\sqrt{2}/2, -\pi/4, -25\sqrt{2}/2)$

73. a) $r^2 \cos 2\theta = 2z$ b) $\rho = 2 \sec 2\theta \cos \phi \csc^2 \phi$

75. $x^2 + (y-2)^2 = 4$ 77. $x = y$



SP Solución de problemas (página 829)

1 a 3. Demostraciones

5. a) $3\sqrt{2}/2 \approx 2.12$ b) $\sqrt{5} \approx 2.24$

7. a) $\pi/2$ b) $\frac{1}{2}(\pi ab)k^2$

c) $V = \frac{1}{3}(\pi ab)k^2$

$V = \frac{1}{3}(\text{área de la base})\text{altura}$

9. a)

b)



11. Demostración

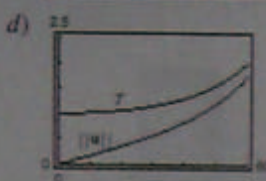
13. a) Tensión: $2\sqrt{3}/3 \approx 1.1547$ lb

Magnitud de u : $\sqrt{3}/3 \approx 0.5774$ lb

b) $T = \sec \theta$, $\|u\| = \tan \theta$, Dominio: $0 \leq \theta \leq 90^\circ$

θ	0°	10°	20°	30°	40°
T	1	1.0154	1.0642	1.1547	1.3054
$\ u\ $	0	0.1763	0.3640	0.5774	0.8391

θ	50°	60°
T	1.5557	2
$\ u\ $	1.1918	1.7321



e) Las dos son funciones crecientes.

f) $\lim_{\theta \rightarrow \pi/2^-} T = \infty$ y $\lim_{\theta \rightarrow \pi/2^-} \|u\| = \infty$

Sí. Cuando θ aumenta, T y $\|u\|$ aumentan.

15. $(0, 0, \cos \alpha \sin \beta - \cos \beta \sin \alpha)$; Demostración

$$17. D = \frac{|\vec{PQ} \cdot \mathbf{n}|}{\|\mathbf{n}\|}$$

$$= \frac{|\mathbf{w} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{\|\mathbf{u} \times \mathbf{v}\|} = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w}|}{\|\mathbf{u} \times \mathbf{v}\|} = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w})|}{\|\mathbf{u} \times \mathbf{v}\|}$$

19. Demostración

Capítulo 12

Sección 12.1 (página 837)

1. $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ 3. $(0, \infty)$ 5. $(0, \infty)$ 7. $(-\infty, \infty)$

9. a) $\frac{1}{2}i$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{2}(x + 1) + \frac{1}{2}(y - 1) + \frac{1}{2}(z - 1)$ d) $\frac{1}{2}(x + 1) + \frac{1}{2}(y - 1) + \frac{1}{2}(z - 1)$

11. a) $\ln 2i = \frac{1}{2}i - \ln 2$ b) $\ln 2 = \frac{1}{2}i - \ln 2$

c) $\ln i = \frac{1}{2}i + \frac{1}{2}i - \ln 2 = \frac{1}{2}i - \ln 2$

d) $\ln(1 + \Delta t) = \frac{\Delta t}{1 + \Delta t} \approx \Delta t - \frac{1}{2}\Delta t^2 + \frac{1}{3}\Delta t^3 - \dots$

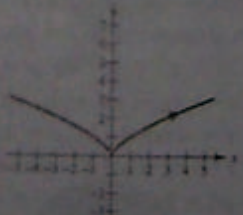
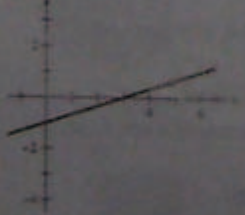
13. $\sqrt{1 + t^2}$ 15. $t^2(5t - 1)$, \mathbf{v} , producto escalar es un escalar.

17. b) 18. c) 19. d) 20. a)

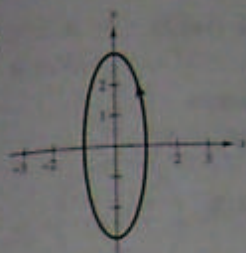
21. a) $(-20, 0, 0)$ b) $(10, 20, 10)$

c) $(0, 0, 20)$ d) $(20, 0, 0)$

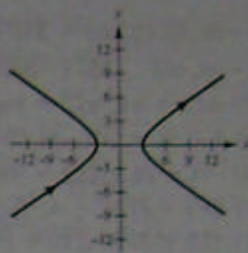
23. 25.



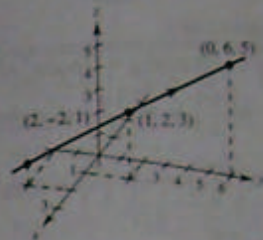
27.



29.



31.



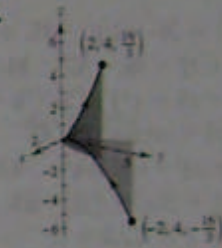
33.



35.



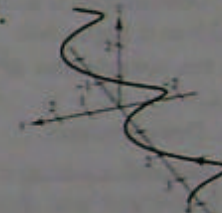
37.



39.



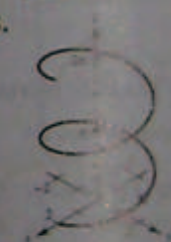
41.



Parábola

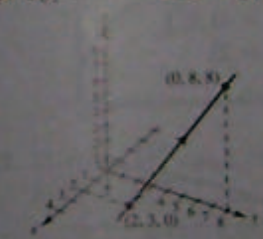
Hélice

43.

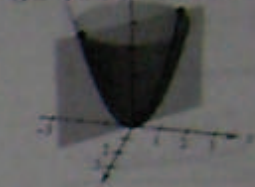


- La hélice se traslada dos unidades hacia atrás sobre el eje x .
- La altura de la hélice aumenta a mayor velocidad o ritmo.
- La orientación de la gráfica se invierte.
- El eje de la hélice es el eje x .
- El radio de la hélice aumenta de 2 a 6.

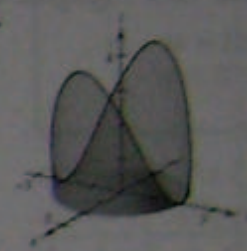
45 a 51. Véase varias respuestas.

53. $r(t) = (2 - 2t, 3 + 5t, 8t)$ 55. $r_1(t) = t\mathbf{i}, 0 \leq t \leq 4$ $r_2(t) = (4 - 4t)\mathbf{i} + 6t\mathbf{j}, 0 \leq t \leq 1$ $r_3(t) = (6 - t)\mathbf{j}, 0 \leq t \leq 6$ 57. $r_1(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j}, 0 \leq t \leq 2$ $r_2(t) = (2 - t)\mathbf{i} + 4\mathbf{j}, 0 \leq t \leq 2$ $r_3(t) = (4 - t)\mathbf{j}, 0 \leq t \leq 4$

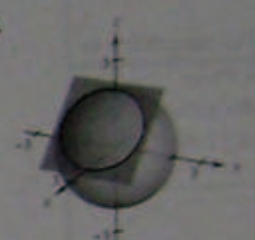
59.

 $(\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 4)$ $(-\sqrt{2}, \sqrt{2}, 4)$  $r(t) = t\mathbf{i} - t\mathbf{j} + 2t^2\mathbf{k}$

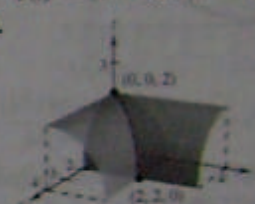
61.

 $r(t) = 2\sin t\mathbf{i} + 2\cos t\mathbf{j} + 4\sin^2 t\mathbf{k}$

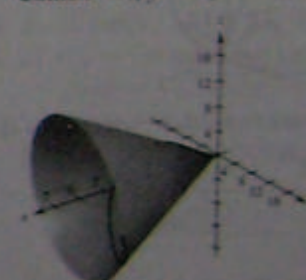
63.

 $r(t) = (1 + \sin t)\mathbf{i} + \sqrt{2}\cos t\mathbf{j} + (1 - \sin t)\mathbf{k}$ $r(t) = (1 + \sin t)\mathbf{i} - \sqrt{2}\cos t\mathbf{j} + (1 - \sin t)\mathbf{k}$

65.

 $r(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + \sqrt{4 - t^2}\mathbf{k}$ 67. Sean $x = t, y = 2t \cos t$ y $z = 2t \sin t$. Entonces

$$y^2 + z^2 = (2t \cos t)^2 + (2t \sin t)^2 = 4t^2 \cos^2 t + 4t^2 \sin^2 t = 4t^2(\cos^2 t + \sin^2 t) = 4t^2.$$

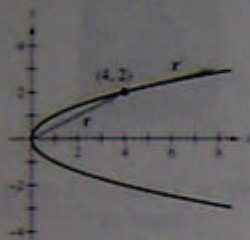
Como $x = t, y^2 + z^2 = 4x^2$.69. $2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \frac{1}{2}\mathbf{k}$ 71. 0 73. El límite no existe.75. $(-\infty, 0), (0, \infty)$ 77. $[-1, 1]$ 79. $(-\pi/2 + n\pi, \pi/2 + n\pi), n$ es un entero.81. Una función de la forma $r(t) = f(t)\mathbf{i} + g(t)\mathbf{j}$ (plano) o $r(t) = f(t)\mathbf{i} + g(t)\mathbf{j} + h(t)\mathbf{k}$ (espacio) es una función vectorial, donde las funciones componentes f, g y h son funciones reales del parámetro t .83. a) $s(t) = t^2\mathbf{i} + (t - 3)\mathbf{j} + (t + 3)\mathbf{k}$ b) $s(t) = (t^2 - 2)\mathbf{i} + (t - 3)\mathbf{j} + t\mathbf{k}$ c) $s(t) = t^2\mathbf{i} + (t + 2)\mathbf{j} + t\mathbf{k}$

85 a 87. Demostraciones 89. Verdadero

91. Falso; aunque $\mathbf{r}(4) = \mathbf{u}(2) = \langle 4, 16 \rangle$, las partículas no chocan porque alcanzan este punto en instantes diferentes.

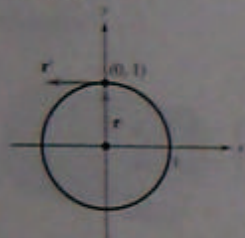
Sección 12.2 (página 846)

1. $\mathbf{r}(2) = 4\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$
 $\mathbf{r}'(2) = 4\mathbf{i} + \mathbf{j}$



$\mathbf{r}'(t_0)$ es tangente a la curva en t_0 .

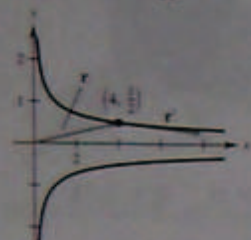
5. $\mathbf{r}(\pi/2) = \mathbf{j}$
 $\mathbf{r}'(\pi/2) = -\mathbf{i}$



$\mathbf{r}'(t_0)$ es tangente a la curva en t_0 .

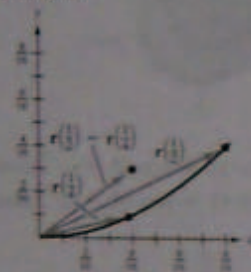
9. $\mathbf{r}\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -2\mathbf{j} + \left(\frac{3\pi}{2}\right)\mathbf{k}$
 $\mathbf{r}'\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 2\mathbf{i} + \mathbf{k}$

3. $\mathbf{r}(2) = 4\mathbf{i} + \frac{1}{2}\mathbf{j}$
 $\mathbf{r}'(2) = 4\mathbf{i} - \frac{1}{4}\mathbf{j}$

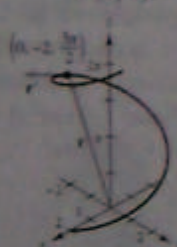


$\mathbf{r}'(t_0)$ es tangente a la curva en t_0 .

7. a) y b)



c) El vector $\frac{\mathbf{r}(1/2) - \mathbf{r}(1/4)}{1/2 - 1/4}$ aproxima el vector tangente $\mathbf{r}'(1/4)$.



29. $(-\infty, 0), (0, \infty)$ 31. $(n\pi/2, (n+1)\pi/2)$

33. $(-\infty, \infty)$ 35. $(-\infty, 0), (0, \infty)$

37. $(-\pi/2 + n\pi, \pi/2 + n\pi)$, n es un entero.

39. a) $\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2t\mathbf{k}$ b) $2\mathbf{k}$ c) $8t + 9t^2 + 5t^4$

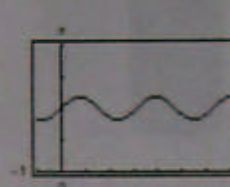
d) $-\mathbf{i} + (9 - 2t)\mathbf{j} + (6t - 3t^2)\mathbf{k}$

e) $8t^3\mathbf{i} + (12t^2 - 4t^3)\mathbf{j} + (3t^2 - 24t)\mathbf{k}$

f) $(10 + 2t^2)/\sqrt{10 + t^2}$

41. a) $7t^6$ b) $12t^5\mathbf{i} - 5t^4\mathbf{j}$

43. $\theta(t) = \arccos\left(\frac{-7 \sin t \cos t}{\sqrt{9 \sin^2 t + 16 \cos^2 t} \sqrt{9 \cos^2 t + 16 \sin^2 t}}\right)$



Máximo: $\theta\left(\frac{\pi}{4}\right) = \theta\left(\frac{5\pi}{4}\right) \approx 1.855$

Mínimo: $\theta\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \theta\left(\frac{7\pi}{4}\right) \approx 1.287$

Ortogonal: $\frac{n\pi}{2}$, n es un entero

45. $\mathbf{r}'(t) = 3\mathbf{i} - 2t\mathbf{j}$ 47. $\mathbf{r}'(t) = 2t\mathbf{i} + 2\mathbf{k}$

49. $t^2\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t\mathbf{k} + \mathbf{C}$ 51. $\ln t\mathbf{i} + t\mathbf{j} - \frac{2}{3}t^{3/2}\mathbf{k} + \mathbf{C}$

53. $(t^2 - t)\mathbf{i} + t^4\mathbf{j} + 2t^{3/2}\mathbf{k} + \mathbf{C}$

55. $\tan t\mathbf{i} + \arctan t\mathbf{j} + \mathbf{C}$ 57. $4\mathbf{i} + \frac{1}{2}\mathbf{j} - \mathbf{k}$

59. $a\mathbf{i} + a\mathbf{j} + (\pi/2)\mathbf{k}$ 61. $2\mathbf{i} + (e^2 - 1)\mathbf{j} - (e^2 + 1)\mathbf{k}$

63. $2e^2\mathbf{i} + 3(e^2 - 1)\mathbf{j}$ 65. $600\sqrt{3}t\mathbf{i} + (-16t^2 + 600t)\mathbf{j}$

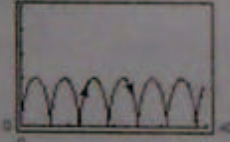
67. $((2 - e^{-t^2})/2)\mathbf{i} + (e^{-t} - 2)\mathbf{j} + (t + 1)\mathbf{k}$

69. Ver "Definición de la derivada de una función vectorial" y figura 12.8 en la página 840.

71. Los tres componentes de \mathbf{u} son funciones crecientes de t en $t = t_0$.

73 a 79. Demostraciones

81. a) 5



b) El máximo de $\|\mathbf{r}'\|$ es 2; el mínimo de $\|\mathbf{r}'\|$ es 0. El máximo y el mínimo de $\|\mathbf{r}''\|$ es 1.

83. Verdadero

85. Falso: Sea $\mathbf{r}(t) = \cos t\mathbf{i} + \sin t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, entonces

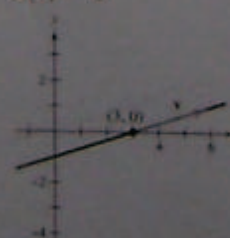
$d/dt[\|\mathbf{r}(t)\|] = 0$, pero $\|\mathbf{r}'(t)\| = 1$.

87. Demostración

Sección 12.3 (página 854)

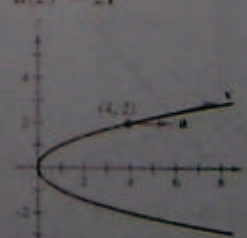
1. $\mathbf{v}(1) = 3\mathbf{i} + \mathbf{j}$

$\mathbf{a}(1) = 0$



3. $\mathbf{v}(2) = 4\mathbf{i} + \mathbf{j}$

$\mathbf{a}(2) = 2\mathbf{i}$



11. $6\mathbf{i} - 14t\mathbf{j} + 3t^2\mathbf{k}$ 13. $-3a \sin t \cos^2 t\mathbf{i} + 3a \sin^2 t \cos t\mathbf{j}$

15. $-e^{-t}\mathbf{i}$ 17. $(\sin t + t \cos t, \cos t - t \sin t, 1)$

19. a) $6t\mathbf{i} + \mathbf{j}$ b) $18t^3 + t$

21. a) $-4 \cos t\mathbf{i} - 4 \sin t\mathbf{j}$ b) 0

23. a) $\mathbf{i} + t\mathbf{k}$ b) $t^3/2 + t$

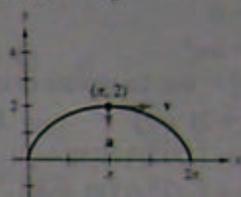
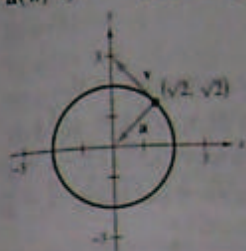
25. a) $(\cos t - t \sin t, \sin t + t \cos t, 0)$ b) t

27. $\frac{\mathbf{r}'(-1/4)}{\|\mathbf{r}'(-1/4)\|} = \frac{1}{\sqrt{4\pi^2 + 1}}(\sqrt{2}\pi\mathbf{i} + \sqrt{2}\pi\mathbf{j} - \mathbf{k})$

$\frac{\mathbf{r}''(-1/4)}{\|\mathbf{r}''(-1/4)\|} = \frac{1}{2\sqrt{\pi^4 + 4}}(-\sqrt{2}\pi^3\mathbf{i} + \sqrt{2}\pi^3\mathbf{j} + 4\mathbf{k})$



5. $v(\pi/4) = -\sqrt{2}\mathbf{i} + \sqrt{2}\mathbf{j}$ 7. $v(\pi) = 2\mathbf{i}$
 $a(\pi/4) = -\sqrt{2}\mathbf{i} - \sqrt{2}\mathbf{j}$ $a(\pi) = -\mathbf{j}$



9. $v(t) = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ 11. $v(t) = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$
 $\|v(t)\| = \sqrt{14}$ $\|v(t)\| = \sqrt{1+5t^2}$
 $a(t) = \mathbf{0}$ $a(t) = 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$

13. $v(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} - (t/\sqrt{9-t^2})\mathbf{k}$
 $\|v(t)\| = \sqrt{(18-t^2)/(9-t^2)}$
 $a(t) = (-9/(9-t^2)^{3/2})\mathbf{k}$

15. $v(t) = 4\mathbf{i} - 3\sin t\mathbf{j} + 3\cos t\mathbf{k}$
 $\|v(t)\| = 5$
 $a(t) = -3\cos t\mathbf{j} - 3\sin t\mathbf{k}$

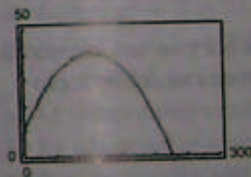
17. a) $x = 1 + t$ b) $(1.100, -1.200, 0.325)$
 $y = -1 - 2t$
 $z = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}t$

19. $v(t) = t(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$
 $r(t) = (t^2/2)(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$
 $r(2) = 2(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$

21. $v(t) = (t^2/2 + \frac{9}{2})\mathbf{j} + (t^2/2 - \frac{1}{2})\mathbf{k}$
 $r(t) = (t^3/6 + \frac{9}{2}t - \frac{14}{3})\mathbf{j} + (t^3/6 - \frac{1}{2}t + \frac{1}{3})\mathbf{k}$
 $r(2) = \frac{17}{3}\mathbf{j} + \frac{2}{3}\mathbf{k}$

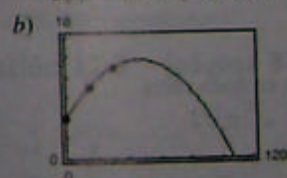
23. La velocidad de un objeto tiene magnitud y dirección de movimiento, mientras que la rapidez sólo tiene magnitud.

25. $r(t) = 44\sqrt{3}t\mathbf{i} + (10 + 44t - 16t^2)\mathbf{j}$



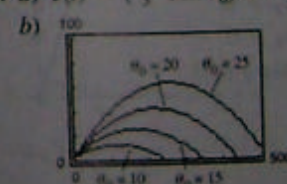
27. $v_0 = 40\sqrt{6}$ pies/s; 78 pies 29. Demostración

31. a) $y = -0.004x^2 + 0.37x + 6$
 $r(t) = t\mathbf{i} + (-0.004t^2 + 0.37t + 6)\mathbf{j}$



b) 14.56 pies
 d) Velocidad inicial:
 67.4 pies/s; $\theta = 20.14^\circ$

33. a) $r(t) = (\frac{140}{3}\cos\theta_0)\mathbf{i} + [3 + (\frac{140}{3}\sin\theta_0)t - 16t^2]\mathbf{j}$



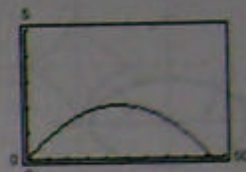
El ángulo mínimo parece ser $\theta_0 = 20^\circ$.

c) $\theta_0 \approx 19.38^\circ$

35. a) $v_0 = 28.78$ pies/s; $\theta = 58.28^\circ$ b) $v_0 \approx 32$ pies/s

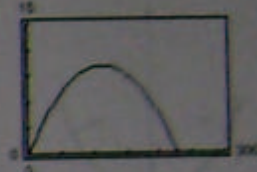
37. 1.91°

39. a)



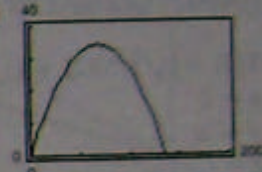
Altura máxima: 2.1 pies
 Alcance: 46.6 pies

b)



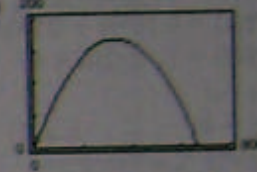
Altura máxima: 10.0 pies
 Alcance: 227.8 pies

c)



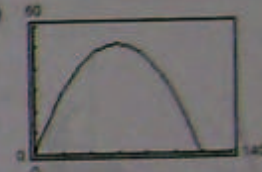
Altura máxima: 34.0 pies
 Alcance: 136.1 pies

d)



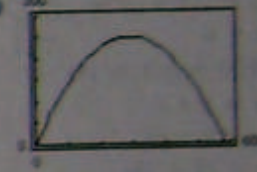
Altura máxima: 166.5 pies
 Alcance: 666.1 pies

e)



Altura máxima: 51.0 pies
 Alcance: 117.9 pies

f)



Altura máxima: 249.8 pies
 Alcance: 576.9 pies

41. Altura máxima: 129.1 m
 Alcance: 886.3 m

43. $v(t) = b\omega[(1 - \cos \omega t)\mathbf{i} + \sin \omega t\mathbf{j}]$

$a(t) = b\omega^2(\sin \omega t\mathbf{i} + \cos \omega t\mathbf{j})$

a) $\|v(t)\| = 0$ en $\omega t = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

b) $\|v(t)\|$ es máximo en $\omega t = \pi, 3\pi, \dots$

45. $v(t) = -b\omega \sin \omega t\mathbf{i} + b\omega \cos \omega t\mathbf{j}$
 $v(t) \cdot r(t) = 0$

47. $a(t) = -b\omega^2(\cos \omega t\mathbf{i} + \sin \omega t\mathbf{j}) = -\omega^2 r(t)$

49. $8\sqrt{10}$ pies/s; 51 a 53. Demostraciones

55. a) $v(t) = -6\sin t\mathbf{i} + 3\cos t\mathbf{j}$

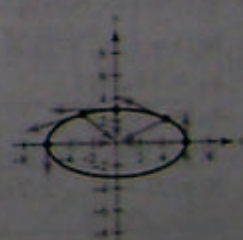
$\|v(t)\| = 3\sqrt{3\sin^2 t + 1}$

$a(t) = -6\cos t\mathbf{i} - 3\sin t\mathbf{j}$

b)

t	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$2\pi/3$	π
Velocidad	3	$3\sqrt{10}/2$	6	$3\sqrt{13}/2$	3

c)



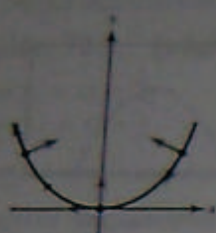
d) La velocidad aumenta cuando el ángulo entre v y a se encuentra en el intervalo $[0, \pi/2)$, y disminuye cuando el ángulo se encuentra en el intervalo $(\pi/2, \pi]$.

57. Falso; la aceleración es la derivada de la velocidad.

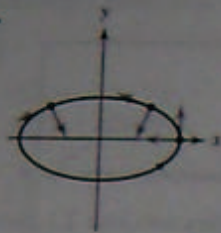
59. Demostración

Sección 12.4 (página 863)

1.



3.



5. $T(1) = (\sqrt{2}/2)(i + j)$

9. $T(e) \approx 0.1809i + 0.9835j$

11. $T(0) = (\sqrt{2}/2)(i + k)$

$x = t$

$y = 0$

$z = t$

15. $T(\pi/4) = \frac{1}{2}(-\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$

$x = \sqrt{2} - \sqrt{2}t$

$y = \sqrt{2} + \sqrt{2}t$

$z = 4$

17. $T(3) = \frac{1}{19}(1, 6, 18)$

$x = 3 + t$

$y = 9 + 6t$

$z = 18 + 18t$



19. Recta tangente: $x = 1 + t$

$y = t$

$z = 1 + \frac{1}{2}t$

$r(1.1) \approx (1.1, 0.1, 1.05)$

21. 1.2° 23. $N(2) = (\sqrt{5}/5)(-2i + j)$

25. $N(2) = (-\sqrt{5}/5)(2i - j)$

27. $N(1) = (-\sqrt{14}/14)(i - 2j + 3k)$

29. $N(3\pi/4) = (\sqrt{2}/2)(i - j)$

31. $v(t) = 4i$

$a(t) = 0$

$T(t) = i$

 $N(t)$ no está definido. La

trayectoria es una recta y

la velocidad es constante.

35. $T(1) = (\sqrt{2}/2)(i - j)$

$N(1) = (\sqrt{2}/2)(i + j)$

$a_T = -\sqrt{2}$

$a_N = \sqrt{2}$

39. $T(0) = (\sqrt{5}/5)(i - 2j)$

$N(0) = (\sqrt{5}/5)(2i + j)$

$a_T = -7\sqrt{5}/5$

$a_N = 6\sqrt{5}/5$

43. $T(t_0) = (\cos \omega t_0)i + (\sin \omega t_0)j$

$N(t_0) = (-\sin \omega t_0)i + (\cos \omega t_0)j$

$a_T = \omega^2$

$a_N = \omega^2 t_0$

33. $v(t) = 8ti$

$a(t) = 8i$

$T(t) = i$

 $N(t)$ no está definido. La

trayectoria es una recta y

la velocidad es variable.

37. $T(1) = (-\sqrt{5}/5)(i - 2j)$

$N(1) = (-\sqrt{5}/5)(2i + j)$

$a_T = 14\sqrt{5}/5$

$a_N = 8\sqrt{5}/5$

41. $T(\pi/2) = (\sqrt{2}/2)(-i + j)$

$N(\pi/2) = (-\sqrt{2}/2)(i + j)$

$a_T = \sqrt{2}e^{\pi/2}$

$a_N = \sqrt{2}e^{\pi/2}$

45. $T(t) = -\sin(\omega t)i + \cos(\omega t)j$

$N(t) = -\cos(\omega t)i - \sin(\omega t)j$

$a_T = 0$

$a_N = a\omega^2$

47. $\|v(t)\| = a\omega$; La rapidez es constante porque $a_T = 0$.

49. $r(2) = 2i + \frac{1}{2}j$

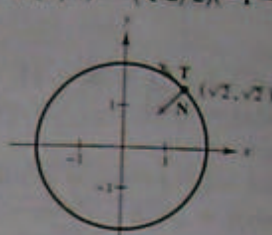
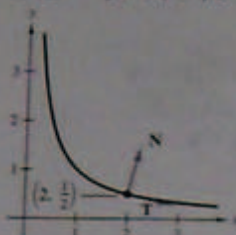
$T(2) = (\sqrt{17}/17)(4i - j)$

$N(2) = (\sqrt{17}/17)(i + 4j)$

51. $r(\pi/4) = \sqrt{2}i + \sqrt{2}j$

$T(\pi/4) = (\sqrt{2}/2)(-i + j)$

$N(\pi/4) = (\sqrt{2}/2)(-i - j)$



53. $T(1) = (\sqrt{14}/14)(i + 2j - 3k)$

 $N(1)$ no está definido. a_T no está definida. a_N no está definida.

55. $T(1) = (\sqrt{6}/6)(i + 2j + k)$

$N(1) = (\sqrt{30}/30)(-5i + 2j + k)$

$a_T = 5\sqrt{6}/6$

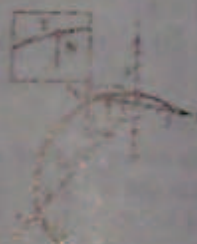
$a_N = \sqrt{30}/6$

57. $T(\pi/2) = \frac{1}{3}(4i - 3j)$

$N(\pi/2) = -k$

$a_T = 0$

$a_N = 3$

59. Sea C una curva suave en el plano o en el espacio en un intervalo abierto I . El vector unitario tangente a C en t se define como

$$T(t) = \frac{r'(t)}{\|r'(t)\|}, \quad T'(t) \neq 0.$$

El vector unitario normal principal a C en t se define como

$$N(t) = \frac{T'(t)}{\|T'(t)\|}, \quad T'(t) \neq 0.$$

Las componentes tangencial y normal de la aceleración se definen como sigue

$$a(t) = a_T T(t) + a_N N(t).$$

61. El movimiento de la partícula es en línea recta.

63. a) $t = \frac{1}{2}$: $a_T = \sqrt{2}\pi^2/2$, $a_N = \sqrt{2}\pi^2/2$

$t = 1$: $a_T = 0$, $a_N = \pi^2$

$t = \frac{3}{2}$: $a_T = -\sqrt{2}\pi^2/2$, $a_N = \sqrt{2}\pi^2/2$

b) $t = \frac{1}{2}$: creciente puesto que $a_T > 0$.

$t = 1$: máximo puesto que $a_T = 0$.

$t = \frac{3}{2}$: decreciente puesto que $a_T < 0$.

65. $T(\pi/2) = (\sqrt{17}/17)(-4i + k)$

$N(\pi/2) = -j$

$B(\pi/2) = (\sqrt{17}/17)(i + 4k)$

$$67. \begin{aligned} T(\pi/4) &= (\sqrt{2}/2)(j - k) \\ N(\pi/4) &= -(\sqrt{2}/2)(j + k) \\ B(\pi/4) &= -i \end{aligned}$$

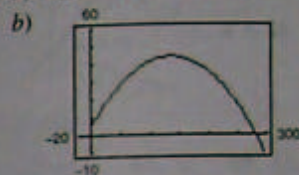
$$69. \begin{aligned} T(\pi/3) &= (\sqrt{5}/5)(i - \sqrt{3}j + k) \\ N(\pi/3) &= -\frac{1}{2}(\sqrt{3}i + j) \\ B(\pi/3) &= (\sqrt{5}/10)(i - \sqrt{3}j - 4k) \\ &\quad - 32(v_0 \sin \theta - 32t) \end{aligned}$$

$$71. a_T = \frac{\sqrt{v_0^2 \cos^2 \theta + (v_0 \sin \theta - 32t)^2}}{32v_0 \cos \theta}$$

$$a_N = \frac{\sqrt{v_0^2 \cos^2 \theta + (v_0 \sin \theta - 32t)^2}}{32v_0 \cos \theta}$$

En la altura máxima, $a_T = 0$ y $a_N = 32$.

$$73. a) r(t) = 50\sqrt{3}i + (5 + 50t - 16t^2)j$$



Altura máxima ≈ 44.0625 pies
Alcance ≈ 279.0325 pies

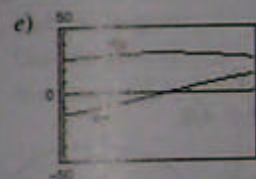
$$c) v(t) = 50\sqrt{3}i + (50 - 32t)j$$

$$\|v(t)\| = 4\sqrt{64t^2 - 200t + 625}$$

$$a(t) = -32j$$

d)

T	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Velocidad	93.04	88.45	86.63	87.73	91.65	98.06



La velocidad aumenta cuando a_T y a_N tienen signos opuestos.

$$75. a) 4\sqrt{1 + \pi^2} \approx 314 \text{ mph}$$

$$b) a_T = 0, a_N = 1000\pi^2$$

$a_T = 0$ ya que la velocidad es constante.

$$77. a) \text{ La componente centrípeta se cuadruplica.}$$

$$b) \text{ La componente centrípeta se reduce a la mitad.}$$

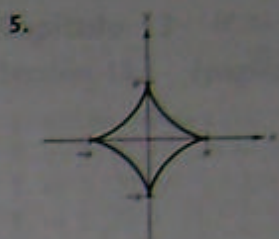
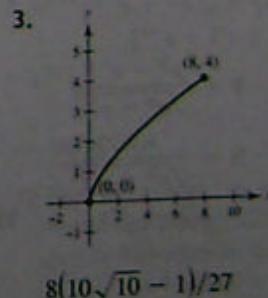
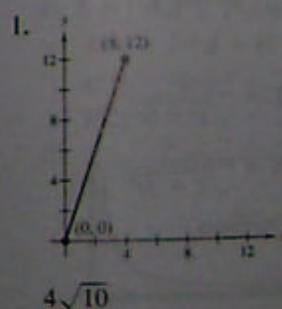
$$79. 4.83 \text{ m/s}^2 \quad 81. 4.67 \text{ millas/s}$$

$$83. \text{ Falso: la aceleración centrípeta puede ocurrir con velocidad constante.}$$

$$85. a) \text{ Demostración} \quad b) \text{ Demostración}$$

$$87 \text{ a } 89. \text{ Demostraciones}$$

Sección 12.5 (página 875)

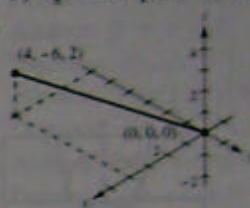


6a

$$7. a) r(t) = (50t\sqrt{2})i + (3 + 50t\sqrt{2} - 16t^2)j$$

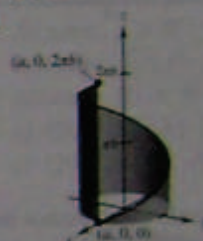
$$b) \frac{640}{3} \approx 81 \text{ pies} \quad c) 315.5 \text{ pies} \quad d) 362.9 \text{ pies}$$

9.



$$2\sqrt{14}$$

13.



$$2\pi\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$17. a) 2\sqrt{21} \approx 9.165 \quad b) 9.529$$

$$c) \text{ Aumenta el número de segmentos de recta.} \quad d) 9.571$$

$$19. a) s = \sqrt{5}t \quad b) r(s) = 2\cos\frac{s}{\sqrt{5}}i + 2\sin\frac{s}{\sqrt{5}}j + \frac{s}{\sqrt{5}}k$$

$$c) s = \sqrt{5}: (1.081, 1.683, 1.000)$$

$$s = 4: (-0.433, 1.953, 1.789)$$

$$d) \text{ Demostración}$$

$$21. 0 \quad 23. \frac{2}{3} \quad 25. 0 \quad 27. \sqrt{2}/2 \quad 29. 1$$

$$31. \frac{1}{2} \quad 33. 1/a \quad 35. \sqrt{2}/(4a\sqrt{1 - \cos a\theta})$$

$$37. \sqrt{5}/(1 + 5t^2)^{3/2} \quad 39. \frac{3}{25}$$

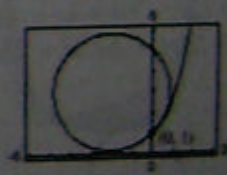
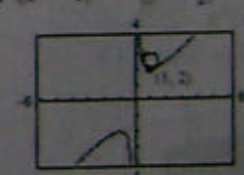
$$41. K = 0, 1/K \text{ no está definido.}$$

$$43. K = 4/17^{3/2}, 1/K = 17^{3/2}/4 \quad 45. K = 1/a, 1/K = a$$

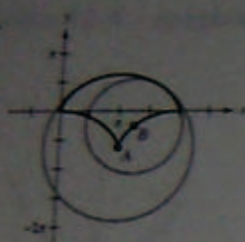
$$47. a) (x - \pi/2)^2 + y^2 = 1$$

b) Como la curvatura no es tan grande, el radio de la curvatura es mayor.

$$49. (x - 1)^2 + (y - \frac{2}{3})^2 = (\frac{1}{3})^2 \quad 51. (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 8$$



53.



55. a) (1, 3)

b) 0

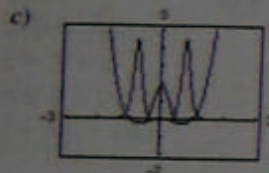
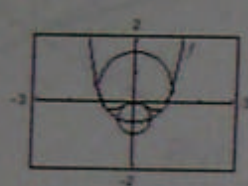
57. a) $K \rightarrow \infty$ cuando $x \rightarrow 0$ b) 059. a) $(1/\sqrt{2}, -\ln 2/2)$ b) 0 61. (0, 1)63. $(\pi/2 + k\pi, 0)$ 65. La gráfica es una recta.

67. Demostración

$$69. a) K = \frac{2|6x^2 - 1|}{(16x^6 - 16x^4 + 4x^2 + 1)^{3/2}}$$

$$b) x = 0: x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = 1: x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$$



La curvatura tiende a ser mayor cerca de los extremos de la función y disminuye cuando $x \rightarrow \pm\infty$. Sin embargo, f y K no tienen los mismos números críticos.

Números críticos de f : $x = 0, \pm\sqrt{2}/2 \approx \pm 0.7071$

Números críticos de K : $x = 0, \pm 0.7647, \pm 0.4082$

71. a) 12.25 unidades b) $\frac{1}{2}$ 73 a 75. Demostraciones77. a) 0 b) 0 79. $\frac{1}{4}$ 81. Demostración83. $K = [1/(4a)]|\csc(\theta/2)|$ 85. 3 327.5 lbMínimo: $K = 1/(4a)$

No hay máximo.

87. Demostración

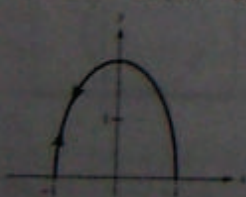
89. Falso. Ver la exploración de la página 867. 91. Verdadero

93 a 99. Demostraciones

Ejercicios de repaso del capítulo 12 (página 879)

1. a) Todos los reales excepto $n\pi$, n es un enterob) Continua excepto en $t = n\pi$, n es un entero3. a) $(0, \infty)$ b) Continua para todo $t > 0$ 5. a) \mathbf{i} b) $-3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + \frac{1}{3}\mathbf{k}$ c) $(2c-1)\mathbf{i} + (c-1)^2\mathbf{j} + \frac{1}{3}(1-c)^3\mathbf{k}$ d) $2\Delta t\mathbf{i} + \Delta t(\Delta t + 2)\mathbf{j} - \frac{1}{3}\Delta t[(\Delta t)^2 + 3\Delta t + 3]\mathbf{k}$

7.



9.



11.

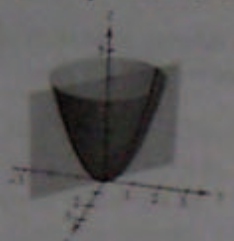


13.

15. $\mathbf{r}_1(t) = 4t\mathbf{i} + 3t\mathbf{j}$, $0 \leq t \leq 1$ $\mathbf{r}_2(t) = 4\mathbf{i} + (3-t)\mathbf{j}$, $0 \leq t \leq 3$ $\mathbf{r}_3(t) = (4-t)\mathbf{i}$, $0 \leq t \leq 4$ 17. $\mathbf{r}(t) = \langle -2 + 7t, -3 + 4t, 8 - 10t \rangle$

(La respuesta no es única.)

19.

21. $4\mathbf{i} + \mathbf{k}$

$$x = t, y = -t, z = 2t^2$$

23. a) $3\mathbf{i} + \mathbf{j}$ b) 0 c) $4t + 3t^2$ d) $-5\mathbf{i} + (2t-2)\mathbf{j} + 2t^2\mathbf{k}$ e) $(10t-1)/\sqrt{10t^2-2t+1}$ f) $(\frac{5}{3}t^3 - 2t^2)\mathbf{i} - 8t^2\mathbf{j} + (9t^2 - 2t + 1)\mathbf{k}$ 25. $x(t)$ y $y(t)$ son funciones crecientes en $t = t_0$ y $z(t)$ es una función decreciente en $t = t_0$.27. $\sin t + (t \sin t + \cos t)\mathbf{j} + \mathbf{k}$ 29. $\frac{1}{2}[t\sqrt{1+t^2} + \ln|t + \sqrt{1+t^2}|] + \mathbf{k}$ 31. $\mathbf{r}(t) = (t^2 + 1)\mathbf{i} + (e^t + 2)\mathbf{j} - (e^{-t} + 4)\mathbf{k}$ 33. $\frac{22}{3}\mathbf{j}$ 35. $2(e-1)\mathbf{i} - 8\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ 37. $\mathbf{v}(t) = (-3\cos^2 t \sin t, 3\sin^2 t \cos t, 3)$

$$\|\mathbf{v}(t)\| = 3\sqrt{\sin^2 t \cos^2 t + 1}$$

$$\mathbf{a}(t) = (3\cos t(3\sin^2 t - 1), 3\sin t(2\cos^2 t - \sin^2 t), 0)$$

39. $x(t) = t$, $y(t) = 16 + 8t$, $z(t) = 2 + \frac{1}{2}t$

$$\mathbf{r}(4,1) = \langle 0.1, 16.8, 2.05 \rangle$$

41. 152 pies 43. 34.9 m/s

45. $\mathbf{v} = 5\mathbf{i}$

$$\|\mathbf{v}\| = 5$$

$$\mathbf{a} = 0$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{T} = 0$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{N} \text{ no existe.}$$

49. $\mathbf{v} = e^t\mathbf{i} - e^{-t}\mathbf{j}$

$$\|\mathbf{v}\| = \sqrt{e^{2t} + e^{-2t}}$$

$$\mathbf{a} = e^t\mathbf{i} + e^{-t}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{T} = \frac{e^{2t} - e^{-2t}}{\sqrt{e^{2t} + e^{-2t}}}$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{N} = \frac{2}{\sqrt{e^{2t} + e^{-2t}}}$$

53. $x = -\sqrt{2} - \sqrt{2}t$

$$y = \sqrt{2} - \sqrt{2}t$$

$$z = 3\pi/4 + t$$

47. $\mathbf{v} = \mathbf{i} + [t/(2\sqrt{t})]\mathbf{j}$

$$\|\mathbf{v}\| = \sqrt{4t+1}/(2\sqrt{t})$$

$$\mathbf{a} = [-1/(4t\sqrt{t})]\mathbf{j}$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{T} = -1/(4t\sqrt{t}\sqrt{4t+1})$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{N} = 1/(2t\sqrt{4t+1})$$

51. $\mathbf{v} = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + tk\mathbf{k}$

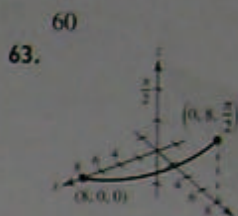
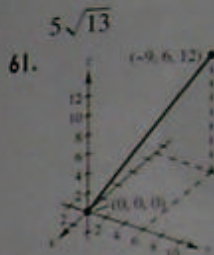
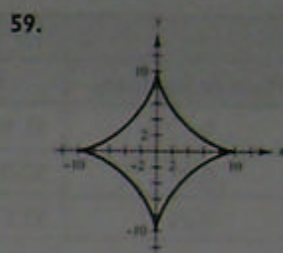
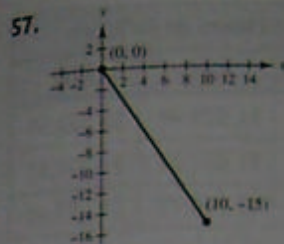
$$\|\mathbf{v}\| = \sqrt{1+5t^2}$$

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{T} = \frac{5t}{\sqrt{1+5t^2}}$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{N} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{1+5t^2}}$$

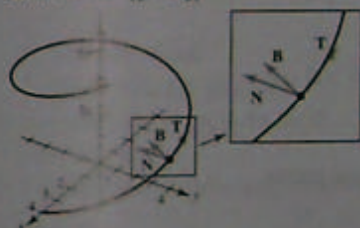
55. 4.56 millas/s

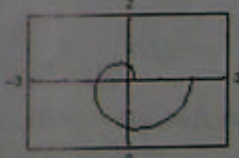


65. $5\sqrt{13}$ 67. 0 69. $(2\sqrt{5})/(4+5t^2)^{3/2}$
 71. $K = \sqrt{17/289}$; $r = 17\sqrt{17}$ 73. $K = \sqrt{2/4}$; $r = 2\sqrt{2}$
 75. La curvatura cambia bruscamente de cero a una constante distinta de cero.

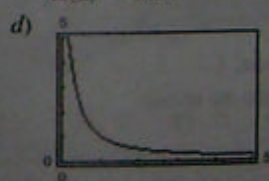
SP Solución de problemas (página 881)

1. a) a b) πa c) $K = \pi a$
 3. Velocidad inicial: 447.21 pies/s; $\theta = 63.43^\circ$
 5 a 7. Demostraciones
 9. Unitario tangente: $\langle -\frac{4}{5}, 0, \frac{3}{5} \rangle$
 Unitario normal: $\langle 0, -1, 0 \rangle$
 Binormal: $\langle \frac{1}{5}, 0, \frac{4}{5} \rangle$



11. a) Demostración b) Demostración
 13. a)  b) 6.766

c) $K = [\pi(\pi^2 t^2 + 2)]/(\pi^2 t^2 + 1)^{3/2}$
 $K(0) = 2\pi$
 $K(1) = [\pi(\pi^2 + 2)]/(\pi^2 + 1)^{3/2}$
 $K(2) = 0.51$

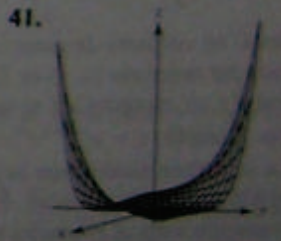
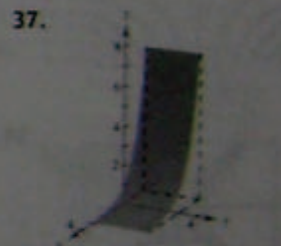
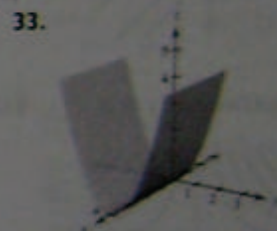
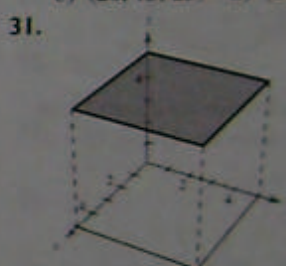


- e) $\lim_{t \rightarrow \infty} K = 0$
 f) Cuando $t \rightarrow \infty$, la gráfica forma una espiral hacia fuera y la curvatura decrece.

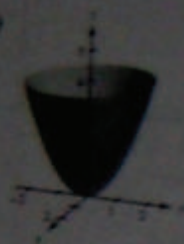
Capítulo 13

Sección 13.1 (página 892)

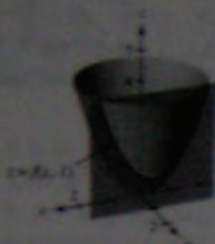
1. z es función de x y y . 3. z no es función de x y y .
 5. a) $\frac{3}{2}$ b) $-\frac{1}{4}$ c) 6 d) $5/y$ e) $x/2$ f) $5/t$
 7. a) 5 b) $3e^2$ c) $2/e$ d) $5e^x$ e) xe^2 f) te^t
 9. a) $\frac{2}{3}$ b) 0 c) $-\frac{1}{2}$ d) $-\frac{10}{3}$
 11. a) $\sqrt{2}$ b) $3 \sin 1$ c) $-3\sqrt{3}/2$ d) 4
 13. a) 4 b) 6 c) $\frac{25}{4}$ d) $-\frac{9}{4}$
 15. a) $2x + \Delta x$, $\Delta x \neq 0$ b) -2 , $\Delta y \neq 0$
 17. Dominio: $\{(x, y): x^2 + y^2 \leq 4\}$
 Alcance: $0 \leq z \leq 2$
 19. Dominio: $\{(x, y): -1 \leq x + y \leq 1\}$
 Alcance: $-\pi/2 \leq z \leq \pi/2$
 21. Dominio: $\{(x, y): y < -x + 4\}$
 Alcance: todos los números reales
 23. Dominio: $\{(x, y): x \neq 0, y \neq 0\}$
 Alcance: todos los números reales
 25. Dominio: $\{(x, y): y \neq 0\}$
 Alcance: $z > 0$
 27. Dominio: $\{(x, y): x \neq 0, y \neq 0\}$
 Alcance: $|z| > 0$
 29. a) $(20, 0, 0)$ b) $(-15, 10, 20)$
 c) $(20, 15, 25)$ d) $(20, 20, 0)$



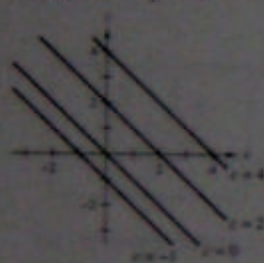
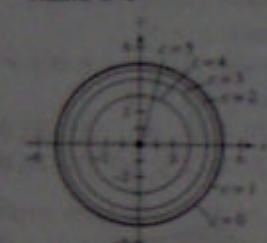
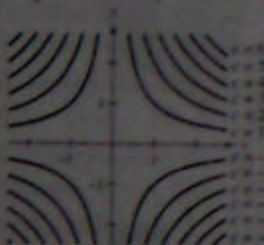
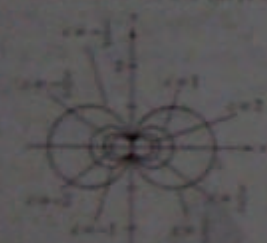
43. a)

b) g es una traslación vertical de f dos unidades hacia arriba.c) g es una traslación horizontal de f dos unidades a la derecha.d) g es una reflexión de f en el plano xy seguida de una traslación vertical cuatro unidades hacia arriba.

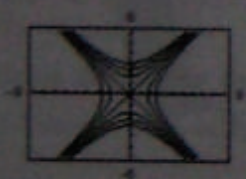
e)



45. c) 46. d) 47. b) 48. a)

49. Rectas: $x + y = c$ 51. Círculos centrados en $(0, 0)$
Radio ≤ 5 53. Hipérbolas: $xy = c$ 55. Círculos que pasan por $(0, 0)$
Centrados en $(1/(2c), 0)$ 

57.



59.

61. Sea D un conjunto de pares ordenados de números reales. Si a cada par ordenado (x, y) en D le corresponde un único número real $f(x, y)$, entonces a f se le llama una función de x y y .63. No. Ejemplo: $z = e^{-(x^2+y^2)}$ 65. La superficie puede tener la forma de una silla de montar. Por ejemplo, sea $f(x, y) = xy$. La gráfica no es única: cualquier traslación vertical producirá las mismas curvas de nivel.

67.

Tasa de impuesto	Tasa (o ritmo) de inflación		
	0	0.03	0.05
0	\$2 593.74	\$1 929.99	\$1 592.33
0.28	\$2 004.23	\$1 491.34	\$1 230.42
0.35	\$1 877.14	\$1 396.77	\$1 152.40

69.



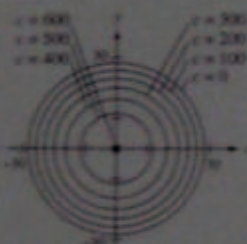
71.



73.

75. a) 243 pie-tablón
b) 507 pie-tablón

77.



79. Demostración

81. $C = 0.75xy + 0.80(xz + yz)$ 83. a) $k = 520$ b) $P = 520T/(3V)$

Las curvas de nivel son rectas.

85. a) C b) A c) B

87. a) Las fronteras entre los colores representan curvas de nivel.

b) No: los colores representan curvas de longitudes diferentes.

c) Utilizar más colores.

89. Falso: sea $f(x, y) = 4$.91. Falso: sea $f(x, y) = xy^2$. Entonces $f(ax, ay) = a^3 f(x, y)$.

Sección 13.2 (página 902)

1 a 3. Demostraciones 5. 2 7. 15 9. 5, continua

11. -3 , continua para $x \neq y$ 13. 0, continua para $xy \neq -1, y \neq 0, |x/y| \leq 1$ 15. $1/e^2$, continua 17. $2\sqrt{2}$, continua para $x + y + z \geq 0$

19. El límite no existe. 21. 0

23. El límite no existe. 25. Continua, 1

27. Continua excepto en $(0, 0)$; el límite no existe.

29.

(x, y)	(1, 0)	(0.5, 0)	(0.1, 0)	(0.01, 0)	(0.001, 0)
$f(x, y)$	0	0	0	0	0

$y = 0: 0$

(x, y)	(1, 1)	(0.5, 0.5)	(0.1, 0.1)
$f(x, y)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(x, y)	(0.01, 0.01)	(0.001, 0.001)
$f(x, y)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$y = x: \frac{1}{2}$

El límite no existe.

Continua excepto en (0, 0)

31.

(x, y)	(1, 1)	(0.25, 0.5)	(0.01, 0.1)
$f(x, y)$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

(x, y)	(0.0001, 0.01)	(0.000001, 0.001)
$f(x, y)$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

$x = y^2: -\frac{1}{2}$

(x, y)	(-1, 1)	(-0.25, 0.5)	(-0.01, 0.1)
$f(x, y)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(x, y)	(-0.0001, 0.01)	(-0.000001, 0.001)
$f(x, y)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$x = -y^2: \frac{1}{2}$

El límite no existe.

Continua excepto en (0, 0)

33. f es continua excepto en (0, 0).

g es continua.

f tiene una discontinuidad removible en (0, 0).

35. 0

37. El límite no existe.



39. El límite no existe.



41. 1 43. 0 45. 0 47. 0

49. Continua excepto en (0, 0, 0)

51. Continua 53. Continua 55. Continua

57. Continua para $y \neq 3x/2$ 59. a) $2x$ b) -4

61. a) $2 + y$ b) $x - 3$ 63. Verdadero

65. Falso: sea $f(x, y) = \begin{cases} \ln(x^2 + y^2), & x \neq 0, y \neq 0 \\ 0, & x = 0, y = 0 \end{cases}$

67. Ver la "Definición del límite de una función de dos variables", en la página 897; mostrar que el valor de $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y)$ no es el mismo para dos trayectorias diferentes hacia (x_0, y_0) .

69. No: la existencia de $f(2, 3)$ no afecta la existencia del límite cuando $(x, y) \rightarrow (2, 3)$.

71. a) $(1 + a^2)/a$, $a \neq 0$ b) El límite no existe.

c) No, el límite no existe. Trayectorias diferentes dan límites diferentes.

73. 0 75. $\pi/2$ 77. Demostración

Sección 13.3 (página 912)

1. $f_x = (4, 1) < 0$

3. $f_y = (4, 1) > 0$

5. $f_x(x, y) = 2$

7. $\partial z / \partial x = \sqrt{y}$

$f_y(x, y) = -3$

$\partial z / \partial y = x / (2\sqrt{y})$

9. $\partial z / \partial x = 2x - 5y$

11. $\partial z / \partial x = 2xe^{2y}$

$\partial z / \partial y = -5x + 6y$

$\partial z / \partial y = 2x^2e^{2y}$

13. $\partial z / \partial x = 2x / (x^2 + y^2)$

15. $\partial z / \partial x = -2y / (x^2 - y^2)$

$\partial z / \partial y = 2y / (x^2 + y^2)$

$\partial z / \partial y = 2x / (x^2 - y^2)$

17. $\partial z / \partial x = (x^3 - 4y^3) / (x^2y)$

19. $h_x(x, y) = -2xe^{-(x^2+y^2)}$

$\partial z / \partial y = (-x^3 + 16y^3) / (2xy^2)$

$h_y(x, y) = -2ye^{-(x^2+y^2)}$

21. $f_x(x, y) = x / \sqrt{x^2 + y^2}$

23. $\partial z / \partial x = 2 \sec^2(2x - y)$

$f_y(x, y) = y / \sqrt{x^2 + y^2}$

$\partial z / \partial y = -\sec^2(2x - y)$

25. $\partial z / \partial x = ye^x \cos xy$

$\partial z / \partial y = e^x(x \cos xy + \sin xy)$

27. $f_x(x, y) = 1 - x^2$

29. $f_x(x, y) = 2$

$f_y(x, y) = y^2 - 1$

$f_y(x, y) = 3$

31. $f_x(x, y) = 1 / (2\sqrt{x+y})$

33. $\partial z / \partial x = \frac{1}{4}$

$f_y(x, y) = 1 / (2\sqrt{x+y})$

$\partial z / \partial y = \frac{1}{4}$

35. $\partial z / \partial x = -\frac{1}{4}$

$\partial z / \partial y = \frac{1}{4}$

37. $g_x(1, 1) = -2$

39. $\partial z / \partial x = -1$

$g_y(1, 1) = -2$

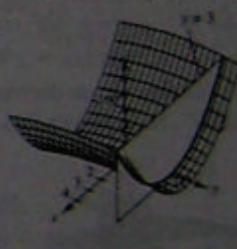
$\partial z / \partial y = 0$

41.



$-\frac{1}{2}$

43.



18

45. $x = -6, y = 4$ 47. $x = 1, y = 1$

49. a) f_x b) f_y

f_x representa la pendiente en la dirección x y f_y representa la pendiente en la dirección y .

51. $\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

53. $F_x(x, y, z) = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$

$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

$F_y(x, y, z) = \frac{y}{x^2 + y^2 + z^2}$

$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

$F_z(x, y, z) = \frac{z}{x^2 + y^2 + z^2}$

55. $H_1(x, y, z) = \cos(x + 2y + 3z)$

$H_2(x, y, z) = 2 \cos(x + 2y + 3z)$

$H_3(x, y, z) = 3 \cos(x + 2y + 3z)$

57. $f_x = 3\sqrt{5}/5; f_y = -2\sqrt{5}/5; f_z = -2\sqrt{5}/5$

59. $f_x = 0; f_y = 0; f_z = 1$

61. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2$

$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 6$

$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -2$

65. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = e^x \tan y$

$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2e^x \sec^2 y \tan y$

$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = e^x \sec^2 y$

63. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$

$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{x^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$

$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{-xy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$

67. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$

$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2}$

$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}$

69. $\partial z / \partial x = \sec y$

$\partial z / \partial y = x \sec y \tan y$

$\partial^2 z / \partial x^2 = 0$

$\partial^2 z / \partial y^2 = x \sec y (\sec^2 y + \tan^2 y)$

$\partial^2 z / \partial y \partial x = \partial^2 z / \partial x \partial y = \sec y \tan y$

No existen valores de x y y tales que $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$.

71. $\partial z / \partial x = (y^2 - x^2) / [x(x^2 + y^2)]$

$\partial z / \partial y = -2y / (x^2 + y^2)$

$\partial^2 z / \partial x^2 = (x^4 - 4x^2y^2 - y^4) / [x^2(x^2 + y^2)^2]$

$\partial^2 z / \partial y^2 = 2(y^2 - x^2) / (x^2 + y^2)^2$

$\partial^2 z / \partial y \partial x = \partial^2 z / \partial x \partial y = 4xy / (x^2 + y^2)^2$

No existen valores de x y y tales que $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$.

73. $f_{xyz}(x, y, z) = f_{zyx}(x, y, z) = f_{yxz}(x, y, z) = 0$

75. $f_{xyz}(x, y, z) = f_{zyx}(x, y, z) = f_{yxz}(x, y, z) = z^2 e^{-x} \sin yz$

77. $\partial^2 z / \partial x^2 + \partial^2 z / \partial y^2 = 0 + 0 = 0$

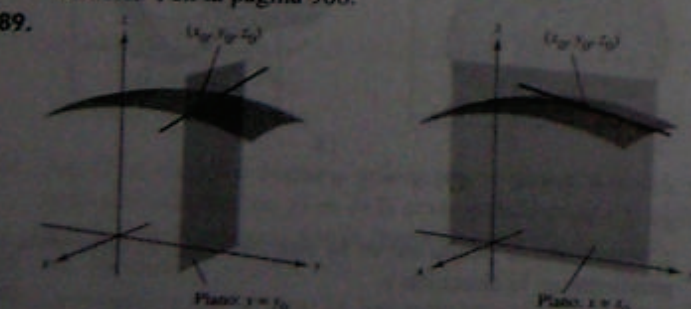
79. $\partial^2 z / \partial x^2 + \partial^2 z / \partial y^2 = e^x \sin y - e^x \sin y = 0$

81. $\partial^2 z / \partial t^2 = -c^2 \sin(x - ct) = c^2 (\partial^2 z / \partial x^2)$

83. $\partial^2 z / \partial t^2 = -c^2 / (x + ct)^2 = c^2 (\partial^2 z / \partial x^2)$

85. $\partial z / \partial t = -e^{-t} \cos x / c = c^2 (\partial^2 z / \partial x^2)$

87. Ver la "Definición de derivadas parciales de una función de dos variables", en la página 906.



$\partial f / \partial x$ representa la pendiente de la curva formada por intersección de la superficie $z = f(x, y)$ y el plano $y = y_0$ en cualquier punto de la curva.

$\partial f / \partial y$ representa la pendiente de la curva formada por intersección de la superficie $z = f(x, y)$ y el plano $x = x_0$ en cualquier punto de la curva.

91.



93. a) $\partial C / \partial x = 183; \partial C / \partial y = 237$

b) El modelo para insertar en la chimenea incrementan el costo en una proporción mayor debido a que el coeficiente de y es de mayor magnitud que el coeficiente de x .

95. Un incremento ya sea en el costo de comida y alojamiento o en el de matrícula causará una disminución del número de solicitantes.

97. $\partial T / \partial x = -2.4^\circ$ por m, $\partial T / \partial y = -9^\circ$ por m

99. $T = PV / (nR) \Rightarrow \partial T / \partial P = V / (nR)$

$P = nRT / V \Rightarrow \partial P / \partial V = -nRT / V^2$

$V = nRT / P \Rightarrow \partial V / \partial T = nR / P$

$\partial T / \partial P \cdot \partial P / \partial V \cdot \partial V / \partial T = -nRT / (VP) = -nRT / (nRT) = -1$

101. a) $\partial z / \partial x = -0.04; \partial z / \partial y = 0.64$

b) Por cada disminución de 0.04 galones de leche entera hay un aumento de un galón de leche descremada. Por cada aumento de 0.64 galones de leche entera hay una disminución de un galón de leche baja en grasas.

103. Falso; sea $z = x + y + 1$. 105. Verdadero

107. a) $f_x(x, y) = \frac{y(x^4 + 4x^2y^2 - y^4)}{(x^2 + y^2)^2}$

$f_y(x, y) = \frac{x(x^4 - 4x^2y^2 - y^4)}{(x^2 + y^2)^2}$

b) $f_x(0, 0) = 0; f_y(0, 0) = 0$

c) $f_{xy}(0, 0) = -1; f_{yx}(0, 0) = 1$

d) f_{xx} o f_{yy} o ambas no son continuas en $(0, 0)$.109. a) Demostración b) $f_y = (x, y)$ no existe cuando $y = -x$.

Sección 13.4 (página 921)

1. $dz = 6xy^3 dx + 9x^2y^2 dy$

3. $dz = 2(x dx + y dy) / (x^2 + y^2)^2$

5. $dz = (\cos y + y \sin x) dx - (x \sin y + \cos x) dy$

7. $dz = (e^x \sin y) dx + (e^x \cos y) dy$

9. $dw = 2z^3y \cos x dx + 2z^3 \sin x dy + 6x^2y \sin x dz$

11. a) $f(1, 2) = 4; f(1.05, 2.1) = 3.4875; \Delta z = -0.5125$

b) $dz = -0.5$

13. a) $f(1, 2) = 0.90930; f(1.05, 2.1) = 0.90637; \Delta z \approx -0.00293$

b) $dz \approx 0.00385$

15. a) $f(1, 2) = -5; f(1.05, 2.1) = -5.25; \Delta z = -0.25$

b) $dz = -0.25$

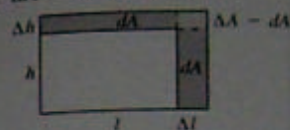
17. 0.094 19. -0.012

21. Si $z = f(x, y)$ y Δx y Δy son incrementos de x y y , y x y y son variables independientes, entonces la diferencial total de la variable dependiente z es

$dz = (\partial z / \partial x) dx + (\partial z / \partial y) dy = f_x(x, y) \Delta x + f_y(x, y) \Delta y.$

23. A la aproximación de Δz por medio de dz se le llama aproximación lineal, donde dz representa el cambio en la altura del plano tangente a la superficie en el punto $P(x_0, y_0)$.

25. $dA = h \, dl + l \, dh$



Δr	Δh	dV	ΔV	$\Delta V - dV$
0.1	0.1	4.7124	4.8391	0.1267
0.1	-0.1	2.8274	2.8264	-0.0010
0.001	0.002	0.0565	0.0565	0.0001
-0.0001	0.0002	-0.0019	-0.0019	0.0000

29. a) $dz = -0.04 \, dx + 0.64 \, dy$

b) $dz = \pm 0.17$; $dz/z = 2.1\%$

31. 10% 33. $dC = \pm 0.24418$; $dC/C = 19\%$

35. a) $V = 18 \sin \theta$ pies³; $\theta = \pi/2$

b) 1.047 pies³

37. 1% 39. $L \approx 8.096 \times 10^{-4} \pm 6.6 \times 10^{-6}$ microhenrys

41. Hay varias respuestas. 43. Hay varias respuestas.

Ejemplo:

$\varepsilon_1 = \Delta x$

$\varepsilon_2 = 0$

Ejemplo:

$\varepsilon_1 = y \, \Delta x$

$\varepsilon_2 = 2x \, \Delta x + (\Delta x)^2$

45. Demostración

47. Hay varias respuestas. Por ejemplo, se puede utilizar la ecuación $F = ma$.

Entonces $dF = (\partial F/\partial m) \, dm + (\partial F/\partial a) \, da = a \, dm + m \, da$.

Se pueden estimar los posibles errores propagados cuando se da el error en la medición.

Sección 13.5 (página 929)

1. $2(e^{2t} - e^{-2t})$ 3. $e^t \sec(\pi - t)[1 - \tan(\pi - t)]$

5. $2 \cos t$ 7. $4e^{2t}$ 9. $3(2t^2 - 1)$

11. -11 13. $9/29 \approx -2.04$

15. $\frac{8 \sin t \cos t (4 \sin^2 t \cos^2 t - 3)}{(4 \sin^2 t \cos^2 t + 1)^2}$; 0

17. $\partial w/\partial x = 4x, 8$

$\partial w/\partial t = 4t, -4$

19. $\partial w/\partial r = 0$

$\partial w/\partial \theta = 8\theta$

23. $\frac{\partial w}{\partial s} = t^2(3s^2 - t^2)$

$\frac{\partial w}{\partial t} = 2st(s^2 - 2t^2)$

27. $\frac{3y - 2x + 2}{2y - 3x + 1}$

31. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-x}{z}$

$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-y}{z}$

35. $\partial z/\partial x = -x/(y+z)$

$\partial z/\partial y = -y/(y+z)$

17. $\partial w/\partial s = 2s \cos 2t, 0$

$\partial w/\partial t = -2s^2 \sin 2t, -18$

21. $\partial w/\partial r = 0$

$\partial w/\partial \theta = 1$

25. $\frac{\partial w}{\partial s} = \frac{te^{(s-t)/(s+t)}(s^2 + 4st + t^2)}{(s+t)^2}$

$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{se^{(s-t)/(s+t)}(s^2 + t^2)}{(s+t)^2}$

29. $-\frac{x + y(x^2 + y^2)}{y + x(x^2 + y^2)}$

33. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-\sec^2(x+y)}{\sec^2(y+z)}$

$\frac{\partial z}{\partial y} = -1 - \frac{\sec^2(x+y)}{\sec^2(y+z)}$

37. $\partial z/\partial x = -(ze^{xz} + y)/xe^{xz}$

$\partial z/\partial y = -e^{-xz}$

39. $\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{-yz - zw}{xz - yz + 2w}$

$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{-xz + zw}{xz - yz + 2w}$

$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{yw - xy - zw}{xz - yz + 2w}$

41. $\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{y \sin xy}{z}$

$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{x \sin xy - z \cos yz}{z}$

$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{y \cos yz + w}{z}$

43. 1; $xf_x(x, y) + yf_y(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 1f(x, y)$

45. 0; $xf_x(x, y) + yf_y(x, y) = \frac{xe^{x/y}}{y} - \frac{xe^{x/y}}{y} = 0$

47. $dw/dt = \partial w/\partial x \cdot dx/dt + \partial w/\partial y \cdot dy/dt$

49. La forma explícita de una función de dos variables es de la forma $z = f(x, y)$, como en $z = x^2 + y^2$. La forma implícita de una función de dos variables es de la forma $F(x, y, z) = 0$, como en $z - x^2 - y^2 = 0$.

51. 4608π pulg³/min; 624π pulg²/min

53. $(\sqrt{2}/10)(15 + \pi)$ m²/h 55. 28π cm²/s

57. a) Demostración

b) $d\theta/dx = (2 \cos^2 \theta - 2x \cos \theta \sin \theta)/(x^2 + 8)$

c) $x = 2\sqrt{2}$

59. Demostración 61. a) Demostración b) Demostración

63. Demostración

Sección 13.6 (página 940)

1. $(\sqrt{3} - 5)/2$ 3. $5\sqrt{2}/2$ 5. $-\frac{7}{25}$ 7. $-e$ 9. $2\sqrt{6}/3$

11. $(8 + \pi)\sqrt{6}/24$ 13. $\sqrt{2}(x + y)$

15. $[(2 + \sqrt{3})/2] \cos(2x - y)$

17. $-7\sqrt{2}$ 19. $7\sqrt{19}/19$ 21. $3i - 10j$

23. $-6 \sin 25i + 8 \sin 25j = 0.7941i - 1.0588j$

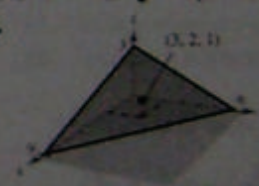
25. $6i + 13j - 9k$ 27. $2\sqrt{5}$ 29. $-2\sqrt{5}/5$

31. $\tan y i + x \sec^2 y j, \sqrt{17}$

33. $\frac{2}{3(x^2 + y^2)}(xi + yj), \frac{2\sqrt{5}}{15}$ 35. $\frac{xi + yj + zk}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, 1$

37. $e^{x^2}i + xze^{x^2}j + xye^{x^2}k; \sqrt{65}$

39. 41. a) $(2 + 3\sqrt{3})/12$
b) $(3 - 2\sqrt{3})/12$



43. a) $-\frac{1}{3}$ b) $-11\sqrt{10}/60$ 45. $\sqrt{13}/6$

47. 49. $-2i - 4j, 2\sqrt{5}$



51. a) Hay varias respuestas. Ejemplo: $-4i + j$

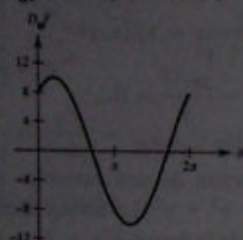
b) $-\frac{3}{2}i + \frac{1}{10}j$ c) $\frac{2}{3}i - \frac{1}{10}j$

En dirección opuesta a la del gradiente

53. a)



b) $D_u f(4, -3) = 8 \cos \theta + 6 \sin \theta$



Generado con Mathematica

c) $\theta \approx 2.21, \theta \approx 5.36$

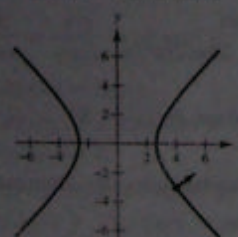
Las direcciones en las cuales no hay cambio en f

d) $\theta \approx 0.64, \theta \approx 3.79$

Las direcciones de mayor tasa o ritmo de cambio en f

e) 10; magnitud de la mayor tasa de cambio

f)

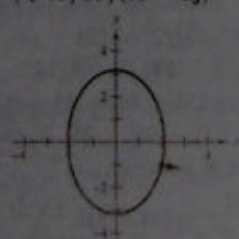
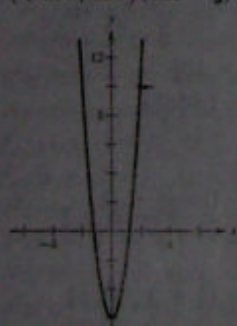


Generado con Mathematica

Ortogonal a la curva de nivel

55. $6i + 8j$ 57. $-\frac{1}{2}j$

59. $(\sqrt{257}/257)(16i - j)$ 61. $(\sqrt{85}/85)(9i - 2j)$



63. $\frac{1}{625}(7i - 24j)$

65. La derivada direccional de $z = f(x, y)$ en dirección de $u = \cos \theta i + \sin \theta j$ es

$$D_u f(x, y) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x + t \cos \theta, y + t \sin \theta) - f(x, y)}{t}$$

si existe el límite.

67. Sea $f(x, y)$ una función de dos variables y $u = \cos \theta i + \sin \theta j$ un vector unitario.

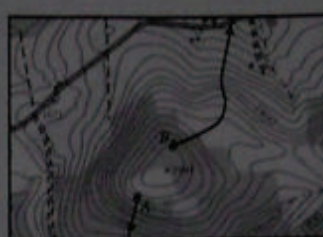
a) Si $\theta = 0^\circ$, entonces $D_u f = \partial f / \partial x$.

b) Si $\theta = 90^\circ$, entonces $D_u f = \partial f / \partial y$.

69. Hay varias respuestas. Respuesta muestra:

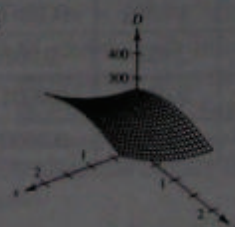


71.



73. $y^2 = 10x$

75. a)



b) Gráfica - D.

c) 315 m

d) 60.0

e) 55.5

f) $60.0i + 55.5j$

77. Verdadero 79. Verdadero

81. $f(x, y, z) = e^x \cos y + \frac{1}{2}z^2 + C$

Sección 13.7 (página 949)

1. La superficie de nivel puede expresarse como $3x - 5y + 3z = 15$, que es una ecuación de un plano en el espacio.

3. La superficie de nivel puede expresarse como $4x^2 + 9y^2 - 4z^2 = 0$, que es un cono elíptico que se encuentra en el eje z .

5. $(\sqrt{3}/3)(i + j + k)$ 7. $(\sqrt{2}/10)(3i + 4j - 5k)$

9. $(\sqrt{2049}/2049)(32i + 32j - k)$ 11. $(\sqrt{3}/3)(i - j + k)$

13. $(\sqrt{113}/113)(-i - 6\sqrt{3}j + 2k)$ 15. $6x + 2y + z = 35$

17. $3x + 4y - 5z = 0$ 19. $10x - 8y - z = 9$

21. $2x - z = -2$ 23. $3x + 4y - 25z = 25(1 - \ln 5)$

25. $x - 4y + 2z = 18$ 27. $x + y + z = 1$

29. $2x + 4y + z = 14$ 31. $3x + 2y + z = -6$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-4}{1} \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-6}{1}$$

33. $x - y + 2z = \pi/2$

$$(x-1)/1 = (y-1)/-1 = (z-\pi/4)/2$$

35. a) Recta: $x = 1, y = 1, z = 1 - t$

Plano: $z = 1$

b) Recta: $x = -1, y = 2 + \frac{6}{25}t, z = -\frac{4}{5} - t$

Plano: $6y - 25z - 32 = 0$

c)



d) En $(1, 1, 1)$, el plano tangente es perpendicular al plano xy , lo cual implica que la superficie es plana en $(1, 1, 1)$, la función no cambia en la dirección de x .

37. Ver la "Definición de plano tangente y vector normal" en la página 944.

39. En una esfera, el objeto común es el centro de la esfera. En un cilindro, el objeto común es su eje.

41. a) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$ b) $\frac{\sqrt{10}}{5}$, no son ortogonales

43. a) $\frac{x-3}{4} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{-3}$ b) $\frac{16}{25}$, no son ortogonales

37. Hay varias respuestas.

Respuesta muestra:



No hay extremos

39. Hay varias respuestas.

Respuesta muestra:



Punto silla

41. El punto A es un punto silla.

45. Punto silla: (0, 0, 0)

El criterio no es concluyente

47. Mínimos absolutos: (1, a, 0), (b, -4, 0)

El criterio no es concluyente

49. Mínimo absoluto: (0, 0, 0)

El criterio no es concluyente

51. Mínimo relativo: (0, 3, -1)

53. Máximo absoluto: (0, 1, 10)

Mínimo absoluto: (1, 2, 5)

55. Máximo absoluto: (±2, 4, 28)

Mínimo absoluto: (0, 1, -2)

57. Máximos absolutos: (2, 1, 6), (-2, -1, 6)

Mínimos absolutos: $(-\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{4})$, $(\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{4})$

59. Máximos absolutos: (2, 2, 16), (-2, -2, 16)

Mínimos absolutos: (x, -x, 0), |x| ≤ 2

61. Máximo absoluto: (1, 1, 1)

Mínimo absoluto: (0, 0, 0)

63. Falso. Sea $f(x, y) = 1 - |x| - |y|$ en el punto (0, 0, 1).

Sección 13.9 (página 964)

1. $6\sqrt{14}/7$ 3. 6 5. 10, 10, 107. 10, 10, 10 9. $36 \times 18 \times 18$ pulg11. Sea $a + b + c = k$.

$$V = 4\pi abc/3 = \frac{4}{3}\pi ab(k - a - b) = \frac{4}{3}\pi(kab - a^2b - ab^2)$$

$$V_a = \frac{4}{3}\pi(kb - 2ab - b^2) = 0 \quad kb - 2ab - b^2 = 0$$

$$V_b = \frac{4}{3}\pi(ka - a^2 - 2ab) = 0 \quad kb - a^2 - 2ab = 0$$

Así, $a = b$ y $b = k/3$. Por tanto, $a = b = c = k/3$.13. Sean x , y y z largo, ancho y altura, respectivamente, y sea V_0 el volumen dado. Entonces $V_0 = xyz$ y $z = V_0/xy$. El área de la superficie es

$$S = 2xy + 2yz + 2xz = 2(xy + V_0/x + V_0/y)$$

$$S_x = 2(y - V_0/x^2) = 0 \quad x^2y - V_0 = 0$$

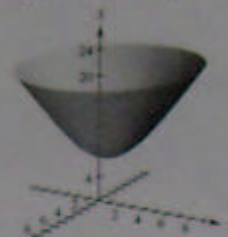
$$S_y = 2(x - V_0/y^2) = 0 \quad xy^2 - V_0 = 0$$

$$\text{Así, } x = \sqrt[3]{V_0}, y = \sqrt[3]{V_0} \text{ y } z = \sqrt[3]{V_0}$$

15. $x = 10$ y $\theta = 60^\circ$ 17. $x_1 = 3$; $x_2 = 6$ 19. $x_1 = 275$; $x_2 = 110$ 21. $x = \sqrt{2}/2 \approx 0.707$ km

$$y = (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})/6 \approx 1.284$$
 km

$$23. a) S = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2}$$



La superficie tiene un mínimo.

$$b) S_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{x+2}{\sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2}} + \frac{x-4}{\sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2}}$$

$$S_y = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{y-2}{\sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2}} + \frac{y-2}{\sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2}}$$

$$c) -\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{i} - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{10}}\right)\mathbf{j}$$

$$\theta \approx 186.0^\circ$$

$$d) t = 1.344; (x_2, y_2) = (0.05, 0.90)$$

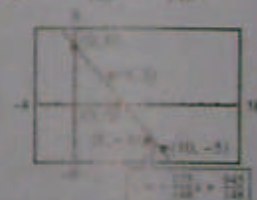
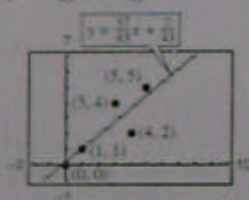
$$e) (x_4, y_4) = (0.06, 0.45); S = 7.266$$

f) $-\nabla S(x, y)$ da la dirección de máxima tasa de decrecimiento de S . Usar $\nabla S(x, y)$ para encontrar un máximo.

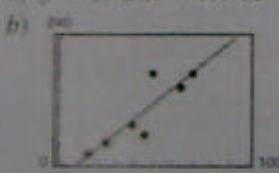
25. Expresar la ecuación a maximizar o a minimizar como una función de dos variables. Tomar las derivadas parciales e igualarlas a cero para obtener los puntos críticos. Utilizar el criterio de las segundas derivadas parciales para extremos relativos utilizando los puntos críticos. Verificar los puntos frontera.

27. a) $y = \frac{3}{4}x + \frac{4}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ 29. a) $y = -2x + 4$ b) 2

31. $y = \frac{27}{43}x + \frac{7}{43}$ 33. $y = -\frac{11}{143}x + \frac{345}{143}$



35. a) $y = 1.724x + 79.733$



c) 1.724

37. $y = 14x + 19$

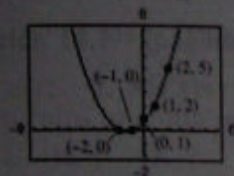
41.4 bushels por acre

39. $a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i$

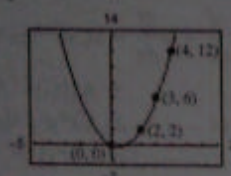
$$a \sum_{i=1}^n x_i^3 + b \sum_{i=1}^n x_i^4 + c \sum_{i=1}^n x_i^5 = \sum_{i=1}^n x_i^3 y_i$$

$$a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i + cn = \sum_{i=1}^n y_i$$

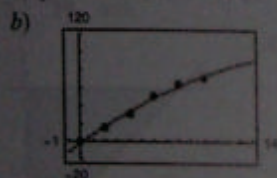
41. $y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{20}{3}$



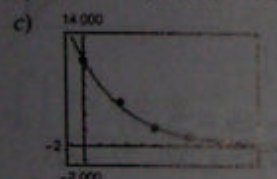
43. $y = x^2 - x$



45. a) $y = -0.22x^2 + 9.66x - 1.79$

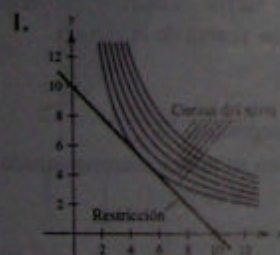


47. a) $\ln P = -0.1499h + 9.3018$ b) $P = 10^{957.7e^{-0.1499h}}$



d) Demostración

Sección 13.10 (página 974)



$f(5, 5) = 25$

$f(2, 2) = 8$

5. $f(2, 4) = -12$ 7. $f(25, 50) = 2600$

9. $f(1, 1) = 2$ 11. $f(2, 2) = e^4$

13. Máximos: $f(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2) = \frac{5}{2}$

$f(-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2) = \frac{5}{2}$

Mínimos: $f(-\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2) = -\frac{5}{2}$

$f(\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2) = -\frac{5}{2}$

15. $f(2, 2, 2) = 12$ 17. $f(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$

19. $f(8, 16, 8) = 1024$ 21. $f(3, \frac{4}{3}, 1) = 6$

23. $\sqrt{13}/13$ 25. $\sqrt{3}$

27. $x = (10 + 2\sqrt{265})/15$

$y = (5 + \sqrt{265})/15$

$z = (-1 + \sqrt{265})/3$

29. Los problemas de optimización que tienen restricciones o ligaduras a los valores que pueden usarse para producir la solución óptima se llaman problemas de optimización restringida o de optimización con ligaduras.

31. $36 \times 18 \times 18$ pulg 33. $\sqrt[3]{360} \times \sqrt[3]{360} \times \sqrt[3]{360}$ pies

35. $2\sqrt{3}a/3 \times 2\sqrt{3}b/3 \times 2\sqrt{3}c/3$ 37. Demostración 39. $\frac{2}{3}$

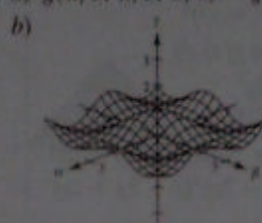
41. $P(3125/6, 6250/3) = 147314$

43. $x = 50\sqrt{2}$

$y = 200\sqrt{2}$

Costo = \$13 576.45

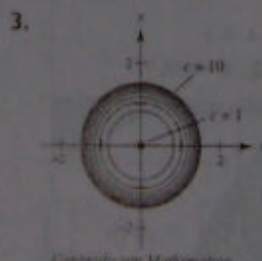
45. a) $g(\pi/3, \pi/3, \pi/3) = \frac{1}{8}$



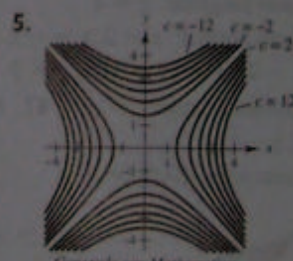
El valor máximo se presenta cuando $\alpha = \beta$.

Ejercicios de repaso del capítulo 13 (página 976)

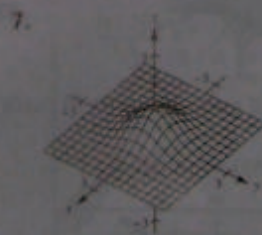
1. No es una función porque a cada (x, y) no le corresponde un único valor z .



Generado con Mathematica



Generado con Mathematica



11. Continua excepto en $(0, 0)$ Límite: $\frac{1}{2}$

El límite no existe.

15. $f_x(x, y) = e^x \cos y$ 17. $\partial z / \partial x = e^x + ye^x$

$f_y(x, y) = -e^x \sin y$ $\partial z / \partial y = xe^x + e^x$

19. $g_x(x, y) = [y(y^2 - x^2)] / (x^2 + y^2)^2$

$g_y(x, y) = [x(x^2 - y^2)] / (x^2 + y^2)^2$

21. $f_x(x, y, z) = -yz / (x^2 + y^2)$ 23. $u_x(x, t) = cne^{-n^2 t} \cos nx$

$f_y(x, y, z) = xz / (x^2 + y^2)$ $u_t(x, t) = -cn^2 e^{-n^2 t} \sin nx$

$f_z(x, y, z) = \arctan y/x$

25. Hay varias respuestas. Ejemplo:



27. $f_{xx}(x, y) = 6$

$f_{yy}(x, y) = 12y$

$f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y) = -1$

29. $h_{xx}(x, y) = -y \cos x$

$h_{yy}(x, y) = -x \sin y$

$h_{xy}(x, y) = h_{yx}(x, y) = \cos y - \sin x$

31. $\partial^2 z / \partial x^2 + \partial^2 z / \partial y^2 = 2 + (-2) = 0$

$$33. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{6x^2y - 2y^3}{(x^2 + y^2)^3} + \frac{-6x^2y + 2y^3}{(x^2 + y^2)^3} = 0$$

$$35. (\sin y/x - y/x \cos y/x) dx + (\cos y/x) dy$$

$$37. 0.6538 \text{ cm}, 5.03\% \quad 39. \pm \pi \text{ pulg}^3$$

$$41. dw/dt = (10t + 4)/(5t^2 + 4t + 25)$$

$$43. \partial u/\partial r = 2r \quad 45. \partial z/\partial x = (2xy - z)/(x + 2y + 2z)$$

$$\partial u/\partial t = 2t \quad \partial z/\partial y = (x^2 - 2z)/(x + 2y + 2z)$$

$$47. 0 \quad 49. \frac{2}{3} \quad 51. \left(-\frac{1}{2}, 0\right), \frac{1}{2}$$

$$53. \left(-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2\right), 1 \quad 55. 27/\sqrt{7931} - 8/\sqrt{7931}$$

$$57. \text{Plano tangente: } 4x + 4y - z = 8$$

$$\text{Recta normal: } x = 2 + 4t, y = 1 + 4t, z = 4 - t$$

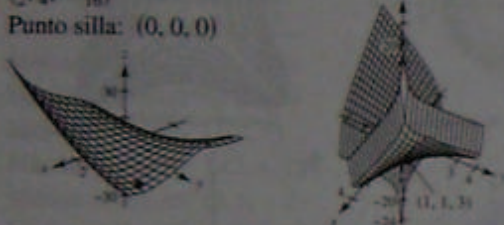
$$59. \text{Plano tangente: } z = 4$$

$$\text{Recta normal: } x = 2, y = -3, z = 4 + t$$

$$61. (x - 2)/1 = (y - 1)/2, z = 3 \quad 63. \theta = 36.7^\circ$$

$$65. \text{Mínimo relativo: } \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{27}{16}\right) \quad 67. \text{Mínimo relativo: } (1, 1, 3)$$

$$\text{Punto silla: } (0, 0, 0)$$

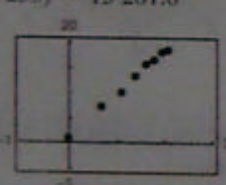


69. Las curvas de nivel son hipérbolas. El punto crítico (0, 0) puede ser un punto silla o un extremo.

$$71. x_1 = 94, x_2 = 157 \quad 73. f(49.4, 253) = 13\,201.8$$

$$75. a) y = 2.29t + 2.34$$

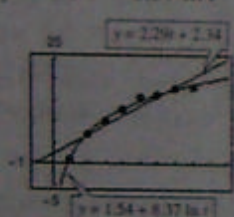
b)



Más lineal

$$c) y = 1.54 + 8.37 \ln t$$

d)



El modelo logarítmico produce un ajuste mejor.

$$77. \text{Máximo: } f\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

$$79. x = \sqrt{2}/2 \approx 0.707 \text{ km}; y = \sqrt{3}/3 \approx 0.577 \text{ km};$$

$$z = (60 - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})/6 \approx 8.716 \text{ km}$$

SP Solución de problemas (página 979)

1. a) 12 unidades cuadradas b) Demostración c) Demostración

$$3. a) y_0 z_0 (x - x_0) + x_0 z_0 (y - y_0) + x_0 y_0 (z - z_0) = 0$$

$$b) x_0 y_0 z_0 = 1 \Rightarrow z_0 = 1/x_0 y_0$$

Entonces el plano tangente es

$$y_0 \left(\frac{1}{x_0 y_0}\right) (x - x_0) + x_0 \left(\frac{1}{x_0 y_0}\right) (y - y_0) + x_0 y_0 \left(z - \frac{1}{x_0 y_0}\right) = 0.$$

Intersecciones con los ejes:

$$(3x_0, 0, 0), (0, 3y_0, 0), \left(0, 0, \frac{3}{x_0 y_0}\right)$$

$$V = \frac{1}{3} bh = \frac{9}{2}$$

$$5. \text{No; sí} \quad 7. 2\sqrt[3]{150} \times 2\sqrt[3]{150} \times 5\sqrt[3]{150}/3$$

$$9. a) x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = x C y^{1-a} a x^{a-1} + y C x^a (1-a) y^{1-a-1}$$

$$= a x^a C y^{1-a} + (1-a) x^a C (y^{1-a})$$

$$= C x^a y^{1-a} [a + (1-a)]$$

$$= C x^a y^{1-a}$$

$$= f(x, y)$$

$$b) f(tx, ty) = C(tx)^a (ty)^{1-a}$$

$$= C t x^a y^{1-a}$$

$$= t C x^a y^{1-a}$$

$$= t f(x, y)$$

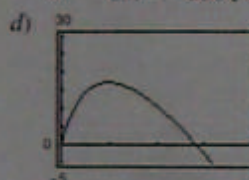
$$11. a) x = 32\sqrt{2}t$$

$$y = 32\sqrt{2}t - 16t^2$$

$$b) \alpha = \arctan\left(\frac{y}{x + 50}\right)$$

$$= \arctan\left(\frac{32\sqrt{2}t - 16t^2}{32\sqrt{2}t + 50}\right)$$

$$c) \frac{d\alpha}{dt} = \frac{-16(8\sqrt{2}t^2 + 25t - 25\sqrt{2})}{64t^4 - 256\sqrt{2}t^3 + 1024t^2 + 800\sqrt{2}t + 625}$$

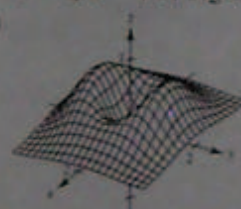


No. La tasa o ritmo de cambio de α es mayor cuando el proyectil está más cerca de la cámara.

$$e) \alpha \text{ es máximo cuando } t = 0.98 \text{ segundos.}$$

No; el proyectil se encuentra en su altura máxima cuando $t = \sqrt{2} \approx 1.41$ segundos.

13. a)



b)



$$\text{Mínimo: } (0, 0, 0)$$

$$\text{Máximo: } (0, \pm 1, 2e^{-1})$$

$$\text{Punto silla: } (\pm 1, 0, e^{-1})$$

$$c) \alpha > 0$$

$$\text{Mínimo: } (0, 0, 0)$$

$$\text{Máximo: } (0, \pm 1, \beta e^{-1})$$

$$\text{Puntos silla: } (\pm 1, 0, \alpha e^{-1})$$

$$\text{Máximo: } (\pm 1, 0, -e^{-1})$$

$$\text{Máximo: } (0, \pm 1, 2e^{-1})$$

$$\text{Punto silla: } (0, 0, 0)$$

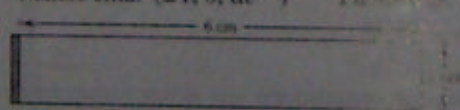
$$\alpha < 0$$

$$\text{Máximo: } (\pm 1, 0, \alpha e^{-1})$$

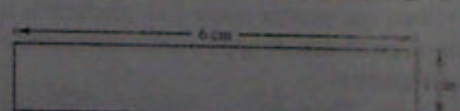
$$\text{Máximo: } (0, \pm 1, \beta e^{-1})$$

$$\text{Punto silla: } (0, 0, 0)$$

15. a)



b)



c) Altura

$$d) dl = 0.01, dh = 0; dA = 0.01$$

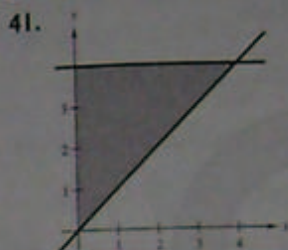
$$dl = 0, dh = 0.01; dA = 0.06$$

17 a 19. Demostraciones

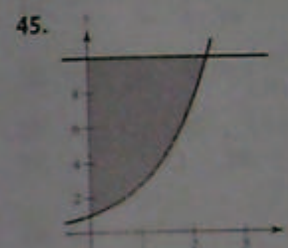
Capítulo 14

Sección 14.1 (página 988)

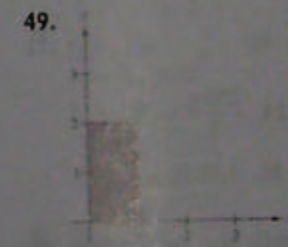
1. $3x^2/2$ 3. $y \ln(2y)$ 5. $(4x^2 - x^4)/2$
 7. $(y/2)[(\ln y)^2 - y^2]$ 9. $x^2(1 - e^{-x^2} - x^2e^{-x^2})$ 11. 3
 13. 2 15. $\frac{1}{3}$ 17. $\frac{20}{3}$ 19. $\frac{2}{3}$ 21. 4 23. $\pi^2/32 + \frac{1}{8}$
 25. $\frac{1}{2}$ 27. Diverge 29. 24 31. $\frac{16}{3}$ 33. $\frac{9}{2}$ 35. $\frac{8}{3}$
 37. 5 39. πab



$$\int_0^4 \int_x^{4-x^2} f(x, y) dy dx$$



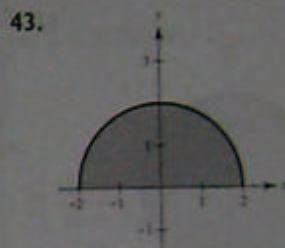
$$\int_0^{\sqrt{10}} \int_{x^2}^{10-x^2} f(x, y) dy dx$$



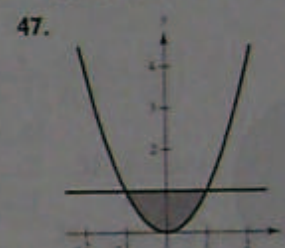
$$\int_0^2 \int_{x^2}^2 f(x, y) dy dx = \int_0^2 \int_0^1 dx dy = 2$$



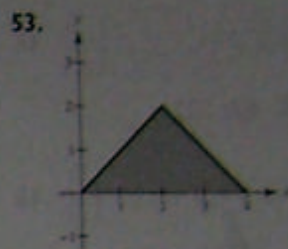
$$\int_0^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} dx dy = \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy dx = \frac{\pi}{2}$$



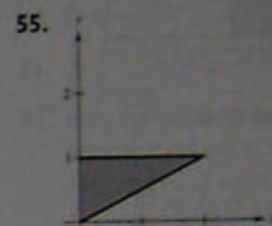
$$\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} f(x, y) dx dy$$



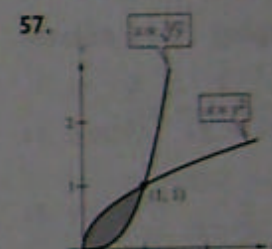
$$\int_0^1 \int_{-\sqrt{5-y^2}}^{\sqrt{5-y^2}} f(x, y) dx dy$$



$$\int_0^2 \int_0^x dy dx + \int_2^4 \int_0^{4-x} dy dx = \int_0^2 \int_y^{4-y} dx dy = 4$$



$$\int_0^2 \int_{x/2}^1 dy dx = \int_0^1 \int_0^{2y} dx dy = 1$$

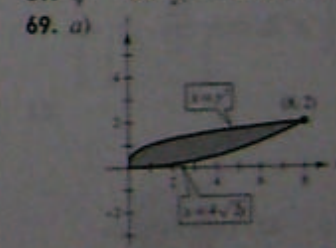


$$\int_0^1 \int_{y^2}^{\sqrt{y}} dx dy = \int_0^1 \int_{x^4}^{\sqrt{x}} dy dx = \frac{5}{12}$$

59. La primer integral surge usando rectángulos representativos verticales. Las segundas dos integrales surgen utilizando rectángulos representativos horizontales.

Valor de las integrales: $15.625\pi/24$

61. $\frac{20}{9}$ 63. $\frac{1}{2}(1 - \cos 1) \approx 0.230$ 65. $\frac{100\pi}{108}$ 67. $(\ln 5)^2$



b) $\int_0^8 \int_{x^2/12}^{\sqrt{x}} (x^2y - xy^2) dy dx$ c) 67.5206993

71. 20.5648 73. $15\pi/2$

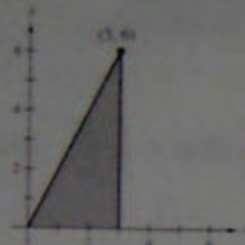
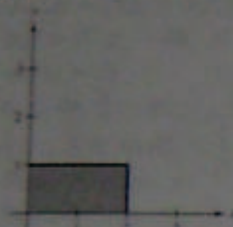
75. Una integral iterada es la integración de una función de varias variables. Se integra respecto a una variable mientras las otras variables se mantienen constantes.

77. Si los cuatro límites de integración son constantes, la región de integración es rectangular.

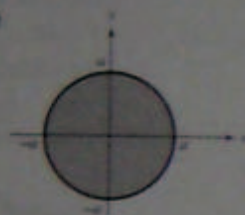
79. Verdadero

Sección 14.2 (página 997)

1. 24 (la aproximación es exacta)
 3. Aproximación: 52; exacto: $\frac{160}{3}$ 5. 400; 272
 7. 8 9. 36



11. 0



$$13. \int_0^3 \int_0^3 xy \, dy \, dx = \frac{225}{4}$$

$$\int_0^3 \int_0^3 xy \, dx \, dy = \frac{225}{4}$$

$$15. \int_0^2 \int_0^{2x} \frac{y}{x^2 + y^2} \, dy \, dx = \ln \frac{5}{2}$$

$$\int_0^2 \int_{y/2}^y \frac{y}{x^2 + y^2} \, dx \, dy + \int_2^4 \int_{y/2}^2 \frac{y}{x^2 + y^2} \, dx \, dy = \ln \frac{5}{2}$$

$$17. \int_0^1 \int_{4-x}^{4-x^2} -2y \ln x \, dy \, dx = \frac{26}{25}$$

$$\int_0^1 \int_{4-x}^{4-x^2} -2y \ln x \, dx \, dy = \frac{26}{25}$$

$$19. \int_0^3 \int_{4y/3}^{\sqrt{25-y^2}} x \, dx \, dy = 25$$

$$\int_0^4 \int_0^{3x/4} x \, dy \, dx + \int_4^5 \int_0^{\sqrt{25-x^2}} x \, dy \, dx = 25$$

$$21. 4 \quad 23. 4 \quad 25. 12 \quad 27. \frac{1}{2} \quad 29. 1 \quad 31. 8\pi$$

$$33. \int_0^1 \int_0^1 xy \, dy \, dx = \frac{1}{8} \quad 35. \int_0^2 \int_0^4 x^2 \, dy \, dx = \frac{32}{3}$$

$$37. 2 \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2} \, dy \, dx = \frac{2}{3}$$

$$39. \int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} (x+y) \, dy \, dx = \frac{16}{3}$$

$$41. 8\pi \quad 43. 81\pi/2 \quad 45. 1.2315 \quad 47. \text{ Demostración}$$

$$49. 1 - e^{-1/4} = 0.221 \quad 51. \frac{1}{2} [2\sqrt{2} - 1] \quad 53. 2 \quad 55. \frac{8}{3}$$

57. Ver la "Definición de integral doble" en la página 992. La integral doble de una función $f(x, y) \geq 0$ sobre la región de integración da el volumen de esa región.

$$59. 18 \quad 61. 25 \quad 645 \quad 24 \quad 63. \text{ Demostración; } \frac{1}{2}$$

$$65. \text{ Demostración; } \frac{7}{25} \quad 67. 2 \, 500 \, \text{m}^3 \quad 69. a) 1.784 \quad b) 1.788$$

$$71. a) 11.057 \quad b) 11.041 \quad 73. d)$$

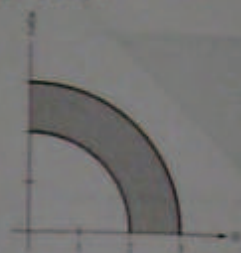
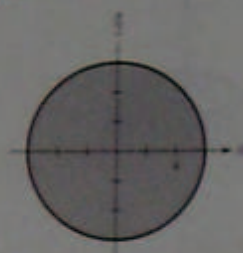
$$75. \text{ Falso: } V = 8 \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2-y^2} \, dx \, dy.$$

$$77. \frac{1}{2}(1-e) \quad 79. R: x^2 + y^2 \leq 9 \quad 81. = 0.82736$$

$$83. \text{ Problema Putnam A2, 1989}$$

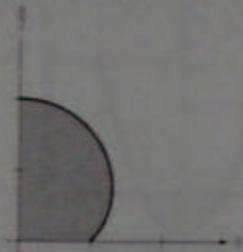
Sección 14.3 (página 1006)

1. Rectangulares 3. Polares
 5. La región R es un semicírculo de radio 8. En coordenadas polares la región puede describirse como $R = \{(r, \theta): 0 \leq r \leq 8, 0 \leq \theta \leq \pi\}$.
 7. La región R es un cardiode con $a = b = 3$. En coordenadas polares puede describirse como $R = \{(r, \theta): 0 \leq r \leq 3 + 3 \sin \theta, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$.
 9. 0 11. $5\sqrt{5}\pi/6$



$$13. \frac{9}{8} + 3\pi^2/32$$

$$15. a^3/3 \quad 17. 243\pi/10 \quad 19. \frac{1}{2}$$



$$21. \int_0^{\pi/4} \int_0^{2\sqrt{2}} r^2 \, dr \, d\theta = \frac{4\sqrt{2}\pi}{3}$$

$$23. \int_0^{\pi/2} \int_0^2 r^2 (\cos \theta + \sin \theta) \, dr \, d\theta = \frac{16}{3}$$

$$25. \int_0^{\pi/4} \int_1^2 r \theta \, dr \, d\theta = \frac{3\pi^2}{64} \quad 27. \frac{1}{8} \quad 29. \frac{50\pi}{3}$$

$$31. \frac{64}{9}(3\pi - 4) \quad 33. 2\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \quad 35. 1.2858$$

$$37. 9\pi \quad 39. 3\pi/2 \quad 41. \pi$$

43. Sea R una región limitada o acotada por las gráficas de $r = g_1(\theta)$ y $r = g_2(\theta)$ y las rectas $\theta = a$, $\theta = b$. Cuando se usan coordenadas polares para calcular una integral doble sobre R , R puede dividirse en sectores polares pequeños.

45. Las regiones r -simples tienen límites o cotas fijas para θ y límites o cotas variables para r .

Las regiones θ -simples tienen límites o cotas variables para θ y límites o cotas fijas para r .

47. Insertar un factor r . Sector de un círculo 49. 56.051 51. c)

53. Falso: Sea $f(r, \theta) = r - 1$ y sea R un sector donde $0 \leq r \leq 6$ y $0 \leq \theta \leq \pi$.

$$55. a) 2\pi \quad b) \sqrt{2}\pi \quad 57. 486 \, 788$$

$$59. a) \int_2^4 \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3}x} f \, dx \, dy$$

$$b) \int_{2/\sqrt{3}}^2 \int_2^{\sqrt{3}x} f \, dy \, dx + \int_2^{4/\sqrt{3}} \int_2^{\sqrt{3}x} f \, dy \, dx + \int_{4/\sqrt{3}}^4 \int_2^4 f \, dy \, dx$$

$$c) \int_{\pi/4}^{\pi/3} \int_{2 \cos \theta}^{4 \cos \theta} f r \, dr \, d\theta$$

$$61. A = \frac{\Delta \theta r_2^2}{2} - \frac{\Delta \theta r_1^2}{2} = \Delta \theta \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right) (r_2 - r_1) = r \Delta r \Delta \theta$$

Sección 14.4 (página 1015)

1. $m = 36$ 3. $m = 2$
 5. a) $m = kab$, $(a/2, b/2)$ b) $m = kab^2/2$, $(a/2, 2b/3)$
 c) $m = ka^2b/2$, $(2a/3, b/2)$
 7. a) $m = kbh/2$, $(b/2, h/3)$ b) $m = kh^2b/6$, $(b/2, h/2)$
 c) $m = khh^2/4$, $(7b/12, h/3)$
 9. a) $(a/2 + 5, b/2)$ b) $(a/2 + 5, 2b/3)$
 c) $\left(\frac{2(a^2 + 15a + 75)}{3(a + 10)}, \frac{b}{2} \right)$
 11. a) $m = k\pi a^2/2$, $(0, 4a/3\pi)$
 b) $m = \frac{ka^4}{24}(16 - 3\pi)$, $\left(0, \frac{a}{5} \left[\frac{15\pi - 32}{16 - 3\pi} \right] \right)$
 13. $m = 32k/3$, $(3, \frac{8}{3})$ 15. $m = k\pi/2$, $(0, (\pi + 2)/(4\pi))$
 17. $m = 8193k/15$, $(\frac{24}{5}, 0)$ 19. $m = kL/4$, $(L/2, 16/(9\pi))$
 21. $m = \frac{k\pi a^2}{8}$, $\left(\frac{4\sqrt{2}a}{3\pi}, \frac{4a(2 - \sqrt{2})}{3\pi} \right)$
 23. $m = \frac{k}{4}(1 - e^{-4})$, $\left(\frac{e^4 - 5}{2(e^4 - 1)}, \frac{4[e^6 - 1]}{9(e^6 - e^2)} \right)$
 25. $m = k\pi/3$, $(81\sqrt{3}/(40\pi), 0)$
 27. $\bar{x} = \sqrt{3}b/3$ 29. $\bar{x} = a/2$ 31. $\bar{x} = a/2$
 $\bar{y} = \sqrt{3}h/3$ $\bar{y} = a/2$ $\bar{y} = a/2$
 33. $I_x = kab^4/4$ 35. $I_x = 32k/3$
 $I_y = kb^4a^3/6$ $I_y = 16k/3$
 $I_0 = (3kab^4 + 2ka^3b^2)/12$ $I_0 = 16k$
 $\bar{x} = \sqrt{3}a/3$ $\bar{x} = 2\sqrt{3}/3$
 $\bar{y} = \sqrt{2}b/2$ $\bar{y} = 2\sqrt{6}/3$
 37. $I_x = 16k$ 39. $I_x = 3k/56$
 $I_y = 512k/5$ $I_y = k/18$
 $I_0 = 502k/5$ $I_0 = 55k/504$
 $\bar{x} = 4\sqrt{15}/5$ $\bar{x} = \sqrt{30}/9$
 $\bar{y} = \sqrt{5}/2$ $\bar{y} = \sqrt{70}/14$
 41. $2k \int_0^b \int_0^{b-x} (x-a)^2 dy dx = \frac{k\pi b^2}{4}(b^2 + 4a^2)$
 43. $\int_0^a \int_0^{a-x} kx(x-6)^2 dy dx = \frac{42752k}{315}$
 45. $\int_0^a \int_0^{a-x} k(a-y)(y-a)^2 dy dx = ka^4 \left(\frac{7\pi}{16} - \frac{17}{15} \right)$
 47. \bar{y} se incrementará. 49. \bar{x} y \bar{y} se incrementarán.
 51. Ver la definición en la página 1011. 53. Hay varias respuestas.
 55. $L/3$ 57. $L/2$

Sección 14.5 (página 1022)

1. 6 3. 12π 5. $\frac{3}{4}[6\sqrt{37} + \ln(\sqrt{37} + 6)]$
 7. $\frac{5}{23}(31\sqrt{31} - 8)$ 9. $\sqrt{2} - 1$ 11. $\sqrt{2}\pi$
 13. $2\pi a(a - \sqrt{a^2 - b^2})$ 15. $48\sqrt{14}$ 17. 20π
 19. $\int_0^1 \int_0^1 \sqrt{5 + 4x^2} dy dx = \frac{27 - 5\sqrt{5}}{12} \approx 1.3183$

$$21. \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dy dx$$

$$= \frac{\pi}{6}(17\sqrt{17} - 1) \approx 36.1769$$

$$23. \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dy dx \approx 1.8616 \quad 25. e)$$

$$27. 2.0035 \quad 29. \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \sqrt{1 + 9(x^2 - y)^2 + 9(y^2 - x)^2} dy dx$$

$$31. \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{1 + e^{-2x}} dy dx$$

$$33. \int_0^4 \int_0^{10} \sqrt{1 + e^{2y}(x^2 + y^2)} dy dx$$

35. Si f y sus primeras derivadas parciales son continuas en la región cerrada R del plano xy , entonces el área de la superficie S dada por $z = f(x, y)$ sobre R es

$$\iint_R \sqrt{1 + [f'_x(x, y)]^2 + [f'_y(x, y)]^2} dA.$$

$$37. 16 \quad 39. a) 30415.74 \text{ pies}^3 \quad b) 2081.53 \text{ pies}^2$$

$$41. a) 812\pi\sqrt{609} \text{ cm}^3 \quad b) 100\pi\sqrt{609} \text{ cm}^2$$

Sección 14.6 (página 1032)

1. 18 3. $\frac{1}{10}$ 5. $\frac{15}{2}(1 - 1/e)$ 7. $-\frac{80}{9}$ 9. $\frac{128}{15}$
 11. 2.44167 13. $V = \int_0^4 \int_0^{4-x} \int_0^{4-x-y} dz dy dx$
 15. $V = \int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{9-x^2-y^2} dz dx dy$
 17. $\frac{256}{15}$ 19. $4\pi a^3/3$ 21. $\frac{256}{15}$
 23.



$$\int_0^3 \int_0^{(12-4x)/3} \int_0^{(12-4x-3y)/6} dy dx dz$$

25.



$$\int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{1-x-y} dz dy dx$$

$$27. \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 xyz dz dy dx, \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 xyz dz dx dy,$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 xyz dy dz dx, \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 xyz dy dx dz,$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 xyz dx dy dz, \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 xyz dx dz dy$$

$$\begin{aligned}
 29. \int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^4 xyz \, dz \, dy \, dx, \int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^4 xyz \, dz \, dx \, dy \\
 \int_{-3}^3 \int_0^4 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} xyz \, dy \, dz \, dx, \int_0^4 \int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} xyz \, dy \, dx \, dz \\
 \int_0^4 \int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} xyz \, dx \, dy \, dz, \int_{-3}^3 \int_0^4 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} xyz \, dx \, dz \, dy \\
 31. \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{1-x} dz \, dy \, dx, \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{1-x} dx \, dy \, dz \\
 \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{1-x} dx \, dz \, dy, \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{1-x} dz \, dx \, dy \\
 \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{1-x} 1 \, dy \, dx \, dz + \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{1-x} 1 \, dy \, dx \, dz \\
 \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{1-x} 1 \, dy \, dz \, dx + \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{1-x} 1 \, dy \, dz \, dx
 \end{aligned}$$

$$33. m = 8k \quad 35. m = 128k/3$$

$$\begin{aligned}
 \bar{x} = \frac{1}{m} \int_0^h \int_0^h \int_0^h xy \, dz \, dy \, dx \\
 M_{yz} = k \int_0^h \int_0^h \int_0^h x^2 y \, dz \, dy \, dx \\
 M_{xz} = k \int_0^h \int_0^h \int_0^h xy^2 \, dz \, dy \, dx \\
 M_{xy} = k \int_0^h \int_0^h \int_0^h xyz \, dz \, dy \, dx
 \end{aligned}$$

39. \bar{x} será mayor que 2, \bar{y} y \bar{z} no cambian.

41. \bar{x} y \bar{z} no cambian, y \bar{y} será mayor que 0.

$$43. (0, 0, 3h/4) \quad 45. (0, 0, \frac{3}{2}) \quad 47. (5, 6, \frac{3}{2})$$

$$\begin{aligned}
 49. a) I_x = 2ka^5/3 \quad b) I_x = ka^5/8 \\
 I_y = 2ka^5/3 \quad I_y = ka^5/8 \\
 I_z = 2ka^5/3 \quad I_z = ka^5/8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 51. a) I_x = 256k \quad b) I_x = 2048k/3 \\
 I_y = 512k/3 \quad I_y = 1024k/3 \\
 I_z = 256k \quad I_z = 2048k/3
 \end{aligned}$$

53. Demostración

$$55. \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_0^{1-x} (x^2 + y^2) \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dz \, dy \, dx$$

$$57. a) m = \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{4-x^2-y^2} kz \, dz \, dy \, dx$$

b) $\bar{x} = \bar{y} = 0$, por simetría.

$$\bar{z} = \frac{1}{m} \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{4-x^2-y^2} kz^2 \, dz \, dy \, dx$$

$$c) I_z = \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{4-x^2-y^2} kz(x^2 + y^2) \, dz \, dy \, dx$$

59. Ver la "Definición de integral triple" en la página 1024 y el teorema 14.4, "Evaluación mediante integrales iteradas" en la página 1025.

61. a) El sólido B.

b) El sólido B tiene el momento de inercia mayor porque es más denso.

c) El sólido A llegará primero abajo. Como el sólido B tiene un momento de inercia mayor, tiene una resistencia mayor al movimiento de rotación.

$$63. \frac{17}{3} \quad 65. \frac{3}{2}$$

$$67. Q: 3z^2 + y^2 + 2x^2 \leq 1; 4\sqrt{6}\pi/45 \approx 0.684$$

$$69. a = 2, \frac{16}{3} \quad 71. \text{Problema Putnam B1, 1965}$$

Sección 14.7 (página 1040)

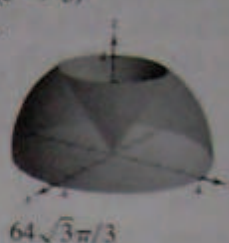
$$1. 8 \quad 3. \frac{57}{45} \quad 5. \pi/8 \quad 7. \pi(e^4 + 3)$$

9.



$$(1 - e^{-9})\pi/4$$

11.



$$64\sqrt{3}\pi/3$$

$$13. \text{Cilíndrica: } \int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_0^4 r^2 \cos \theta \, dz \, dr \, d\theta = 0$$

$$\begin{aligned}
 \text{Esférica: } \int_0^{2\pi} \int_0^{\arctan(1/2)} \int_0^{4 \sec \phi} \rho^3 \sin^2 \phi \cos \theta \, d\rho \, d\phi \, d\theta \\
 + \int_0^{2\pi} \int_{\arctan(1/2)}^{\pi/2} \int_0^{\cot \phi \csc \phi} \rho^3 \sin^2 \phi \cos \phi \, d\rho \, d\phi \, d\theta = 0
 \end{aligned}$$

$$15. \text{Cilíndrica: } \int_0^{2\pi} \int_0^4 \int_a^{\sqrt{a^2-r^2}} r^2 \cos \theta \, dz \, dr \, d\theta = 0$$

$$\text{Esférica: } \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} \int_a^{\sec \phi} \rho^3 \sin^2 \phi \cos \theta \, d\rho \, d\theta \, d\phi = 0$$

$$17. (2a^3/9)(3\pi - 4) \quad 19. (2a^3/9)(3\pi - 4)$$

$$21. 48k\pi \quad 23. \pi r_0^2 h/3 \quad 25. (0, 0, h/5)$$

$$\begin{aligned}
 27. I_z = 4k \int_0^{\pi/2} \int_0^{r_0} \int_0^{h(r_0-r)/r_0} r^3 \, dz \, dr \, d\theta \\
 = 3mr_0^2/10
 \end{aligned}$$

$$29. \text{Demostración} \quad 31. 16\pi^2 \quad 33. k\pi$$

$$35. (0, 0, 3r/8) \quad 37. k\pi/192$$

$$\begin{aligned}
 39. \text{Rectangular a cilíndricas: } r^2 = x^2 + y^2 \\
 \tan \theta = y/x \\
 z = z
 \end{aligned}$$

$$\text{Cilíndricas a rectangular: } x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$41. \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{r_0} f(r \cos \theta, r \sin \theta, z) r \, dz \, dr \, d\theta$$

43. a) r constante: cilindro circular recto en torno al eje z

θ constante: plano paralelo al eje z

z constante: plano paralelo al plano xy

b) ρ constante: esfera

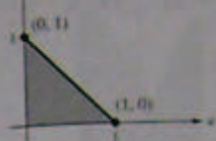
θ constante: plano paralelo al eje z

ϕ constante: cono

$$45. \frac{1}{3}\pi^2 a^4$$

Sección 14.8 (página 1047)

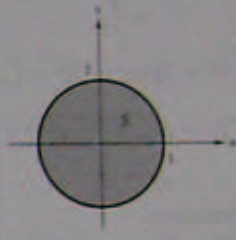
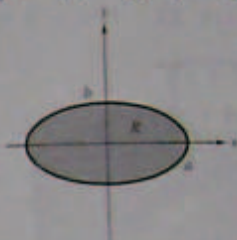
$$1. -\frac{1}{2} \quad 3. 1 + 2v \quad 5. 1 \quad 7. -e^{2u}$$

9. $\frac{8}{3}$ 11. $\frac{8}{3}$ 13. 36

15. $(e^{-1/2} - e^{-2}) \ln 8 \approx 0.9798$

17. $12(e^4 - 1)$ 19. $\frac{100}{9}$ 21. $\frac{2}{3}a^{5/2}$

23. a)

b) ab c) πab

25. Ver la "Definición del jacobiano" en la página 1042.

27. u^2v 29. $-p^2 \sin \phi$ 31. Problema Putnam A2, 1994**Ejercicios de repaso del capítulo 14 (página 1048)**

1. $x - x^3 + x^3 \ln x^2$ 3. $\frac{29}{6}$ 5. 36

7. $\int_0^3 \int_0^{3-y} dy dx = \int_0^1 \int_0^{3-3y} dx dy = \frac{3}{2}$

$$9. \int_{-5}^3 \int_{-\sqrt{25-y^2}}^{\sqrt{25-y^2}} dy dx$$

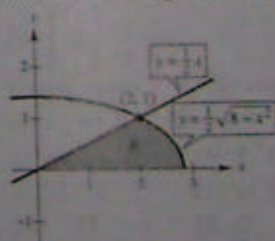
$$= \int_{-5}^{-4} \int_{-\sqrt{25-y^2}}^{\sqrt{25-y^2}} dx dy + \int_{-4}^4 \int_{-\sqrt{25-y^2}}^{\sqrt{25-y^2}} dx dy$$

$$+ \int_4^3 \int_{-\sqrt{25-y^2}}^{\sqrt{25-y^2}} dx dy$$

$$= 25 - 2 + 12 + 25 \arcsin \frac{3}{5} \approx 67.36$$

11. $4 \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-4y^2}} dy dx = 4 \int_0^{1/2} \int_{\sqrt{(1-4y^2)/2}}^{\sqrt{(1+\sqrt{1-4y^2})/2}} dx dy = \frac{4}{3}$

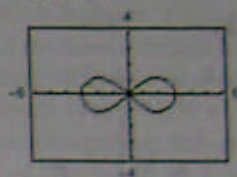
13. $\int_2^8 \int_{-y}^{\sqrt{y-2}} dy dx + 2 \int_1^2 \int_0^{\sqrt{x-1}} dy dx = \int_{-1}^2 \int_{y+1}^{y+3} dx dy = \frac{9}{2}$

15. Ambas integraciones son sobre la región común R , como se muestra en la figura. Ambas integrales dan $\frac{4}{3} + \frac{4}{3}\sqrt{2}$.

17. $\frac{326}{15}$ 19. c) 21. $k = 1, 0.070$ 23. Verdadero

25. Verdadero 27. $(h^3/6)[\ln(\sqrt{2}+1) + \sqrt{2}]$ 29. $\pi h^3/3$

31. a) $r = 3\sqrt{\cos 2\theta}$



b) 9

c) $3(3\pi - 16\sqrt{2} + 20) \approx 20.392$

33. a) $m = k/4, (\frac{32}{45}, \frac{64}{55})$ b) $m = 17k/30, (\frac{896}{330}, \frac{784}{663})$

35. $I_x = ka^2b^3/6$

$I_y = ka^4b/4$

$I_0 = (2ka^2b^3 + 3ka^4b)/12$

$\bar{x} = a/\sqrt{2}$

$\bar{y} = b/\sqrt{3}$

37. $(\pi/6)(65\sqrt{65} - 1)$ 39. $\frac{1}{8}(37\sqrt{37} - 1)$ 41. $324\pi/5$

43. $(abc/3)(a^2 + b^2 + c^2)$ 45. $8\pi/15$ 47. $\frac{23}{3}(\pi/2 - \frac{1}{3})$

49. $(0, 0, \frac{1}{2})$ 51. $(3a/8, 3a/8, 3a/8)$ 53. $833k\pi/3$

55. a) $\frac{1}{3}\pi h^2(3a - h)$ b) $(0, 0, \frac{3(2a - h)^2}{4(3a - h)})$ c) $(0, 0, \frac{3}{8}a)$

d) a e) $(\pi/30)h^3(20a^2 - 15ah + 3h^2)$ f) $4\pi a^5/15$

57. El volumen de un toro generado por un círculo de radio 3, con centro en $(0, 3, 0)$ al girar sobre el eje z .

59. -9 61. $5 \ln 5 - 3 \ln 3 - 2 \approx 2.751$

SP Solución de problemas (página 1051)1. a) $8(2 - \sqrt{2})$ b) Los programas variarán.

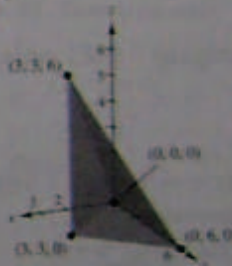
3. a) Demostración b) Demostración

c) Demostración d) Demostración

e) Demostración f) Demostración g) Demostración

5. $\frac{1}{3}$

7.



$$\int_0^3 \int_0^{2x} \int_0^{6-x} dy dz dx = 18$$

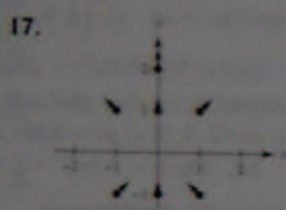
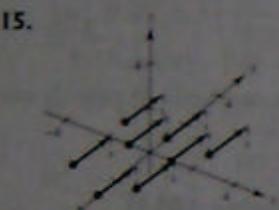
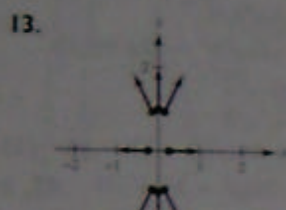
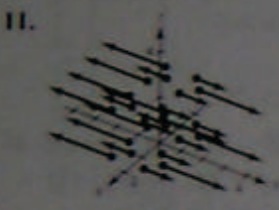
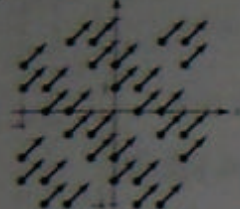
9. $\sqrt{\pi}/4$

11. Si $a, k > 0$, entonces $1 = ka^2$ o $a = 1/\sqrt{k}$.13. Demostración 15. $\pi/4$ 17. Demostración

Capítulo 15

Sección 15.1 (página 1063)

1. c) 2. d) 3. b) 4. e) 5. a) 6. f)
7. 9.



21. $(10x + 3y)\mathbf{i} + (3x + 20y)\mathbf{j}$

23. $-2xye^{x^2}\mathbf{i} - e^{x^2}\mathbf{j} + \mathbf{k}$

25. $[xy/(x+y) + y \ln(x+y)]\mathbf{i} + [xy/(x+y) + x \ln(x+y)]\mathbf{j}$

27 a 29. Demostraciones 31. No conservativo

33. Conservativo 35. Conservativo: $f(x, y) = x^2y + K$ 37. Conservativo: $f(x, y) = e^{x^2y} + K$ 39. Conservativo: $f(x, y) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) + K$ 41. No conservativo 43. $2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ 45. $-2\mathbf{k}$

47. $2x/(x^2 + y^2)\mathbf{k}$

49. $\cos(y-z)\mathbf{i} + \cos(z-x)\mathbf{j} + \cos(x-y)\mathbf{k}$

51. No conservativo 53. Conservativo: $f(x, y, z) = xye^z + K$ 55. Conservativo: $f(x, y, z) = x/y + z^2 - z + K$

57. $12x - 2xy$ 59. $\cos x - \sin y + 2z$ 61. 4 63. 0

65. Ver la "Definición de campo vectorial" en la página 1054. Algunos ejemplos físicos de campos vectoriales son campos de velocidades, campos gravitatorios y campos de fuerza eléctrica.

67. Ver "Definición del rotacional de un campo vectorial" en la página 1060.

69. $6x\mathbf{j} - 3y\mathbf{k}$ 71. $z\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ 73. $2z + 3x$ 75. 0

77 a 83. Demostraciones

85. $f(x, y, z) = \|\mathbf{F}(x, y, z)\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$$\ln f = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\nabla \ln f = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2} \mathbf{i} + \frac{y}{x^2 + y^2 + z^2} \mathbf{j} + \frac{z}{x^2 + y^2 + z^2} \mathbf{k} = \frac{\mathbf{F}}{f^2}$$

87. $f^n = \|\mathbf{F}(x, y, z)\|^n = (\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^n$

$$\nabla f^n = n(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^{n-1} \left(\frac{x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) = n f^{n-2} \mathbf{F}$$

89. Verdadero

91. Falso. El rotacional f sólo tiene significado en campos vectoriales, cuando se tienen direcciones.

Sección 15.2 (página 1075)

1. $\mathbf{r}(t) = 3 \cos t \mathbf{i} + 3 \sin t \mathbf{j}, 0 \leq t \leq 2\pi$

3. $\mathbf{r}(t) = \begin{cases} t\mathbf{i}, & 0 \leq t \leq 3 \\ 3\mathbf{i} + (t-3)\mathbf{j}, & 3 \leq t \leq 6 \\ (9-t)\mathbf{i} + 3\mathbf{j}, & 6 \leq t \leq 9 \\ (12-t)\mathbf{j}, & 9 \leq t \leq 12 \end{cases}$

5. $\mathbf{r}(t) = \begin{cases} t\mathbf{i} + \sqrt{t}\mathbf{j}, & 0 \leq t \leq 1 \\ (2-t)\mathbf{i} + (2-t)\mathbf{j}, & 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$

7. 10 9. $(\sqrt{65}\pi/6)(3 + 16\pi^2)$ 11. 9 13. $\pi/2$

15. $19\sqrt{2}/6$ 17. $\frac{19}{6}(1 + \sqrt{2})$ 19. $\frac{2}{3}$

21. $(2\sqrt{13}\pi/3)(27 + 64\pi^2) \approx 4973.8$ 23. 2

25. $(k/12)(41\sqrt{41} - 27)$ 27. $\frac{12}{5}$ 29. 2 31. $-\frac{17}{15}$

33. ≈ 249.49 35. -66 37. 0 39. $-10\pi^2$ 41. 1500 libras-pie

43. a) $\frac{236}{3}$; la orientación es de izquierda a derecha así que el valor es positivo.b) $-\frac{236}{3}$; la orientación es de derecha a izquierda así que el valor es negativo.

45. $\mathbf{F}(t) = -2t\mathbf{i} - t\mathbf{j}$

$$\mathbf{r}'(t) = \mathbf{i} - 2\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}(t) \cdot \mathbf{r}'(t) = -2t + 2t = 0$$

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

47. $\mathbf{F}(t) = (t^3 - 2t^2)\mathbf{i} + (t - t^2/2)\mathbf{j}$

$$\mathbf{r}'(t) = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}(t) \cdot \mathbf{r}'(t) = t^3 - 2t^2 + 2t^2 - t^3 = 0$$

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

49. 1010 51. $\frac{199}{3}$ 53. 25 55. $\frac{63}{2}$

57. $-\frac{11}{6}$ 59. $\frac{316}{3}$ 61. 5h 63. $\frac{1}{2}$

65. $(h/4)[2\sqrt{5} + \ln(2 + \sqrt{5})]$ 67. $\frac{1}{130}(25\sqrt{5} - 11)$

69. a) $12\pi \approx 37.70 \text{ cm}^2$ b) $12\pi/5 \approx 7.54 \text{ cm}^2$

c)



71. $I_x = I_y = a^3 \pi$ 73. b)

75. a)



b) $9\pi \text{ cm}^2 \approx 28.274 \text{ cm}^2$

c) Volumen = $2 \int_0^3 2\sqrt{9-y^2} \left[1 + 4\frac{y^2}{9} \left(1 - \frac{y^2}{9} \right) \right] dy$
 $= 27\pi/2 \approx 42.412 \text{ cm}^3$

77. Ver la "Definición de integral de línea" en la página 1066 y el teorema 15.4, "Evaluación de una integral de línea como integral definida" en la página 1067.

79. z_1, z_2, z_3, z_4 entre mayor sea la altura de la superficie sobre la curva $y = \sqrt{x}$, mayor es el área de la superficie lateral.

81. Falso: $\int_C xy \, ds = \sqrt{2} \int_0^1 t^2 \, dt$.

83. Falso: las orientaciones son diferentes. 85. -12

Sección 15.3 (página 1086)

1. a) $\int_0^1 (t^2 + 2t^4) \, dt = \frac{11}{15}$

b) $\int_0^{\pi/2} (\sec^2 \theta \cos \theta + 2 \sec^4 \theta \cos \theta) \, d\theta = \frac{11}{15}$

3. a) $\int_0^{\pi/3} (\sec \theta \tan^2 \theta - \sec^3 \theta) \, d\theta \approx -1.317$

b) $\int_0^1 \left[\frac{\sqrt{t}}{2\sqrt{t+1}} - \frac{\sqrt{t+1}}{2\sqrt{t}} \right] dt \approx -1.317$

5. Conservativo 7. No conservativo 9. Conservativo

11. a) 1 b) 1 13. a) 0 b) $-\frac{1}{3}$ c) $-\frac{1}{2}$

15. a) 64 b) 0 c) 0 d) 0 17. a) $\frac{64}{3}$ b) $\frac{64}{3}$

19. a) 32 b) 32 21. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{12}{6}$ 23. a) 0 b) 0

25. 24 27. -1 29. 0 31. a) 0 b) 0 c) 0

33. 11 35. 30 366 37. 0

39. a) $d\mathbf{r} = (\mathbf{i} - \mathbf{j}) \, dt \Rightarrow \int_0^{50} 150 \, dt = 7500 \text{ pies-libra}$

b) $d\mathbf{r} = (\mathbf{i} - \frac{1}{25}(50-t)\mathbf{j}) \, dt \Rightarrow \int_0^{50} (50-t) \, dt$
 $= 7500 \text{ pies-libra}$

41. Ver el teorema 15.5, "Teorema fundamental de las integrales de línea", en la página 1080.

43. a) La trayectoria dirigida a lo largo del segmento de recta que une $(-4, 0)$ a $(3, 4)$ requiere menos trabajo que la trayectoria que va de $(-4, 0)$ a $(-4, 4)$ y después a $(3, 4)$.

b) La curva cerrada dada por los segmentos de recta que unen $(-4, 0)$, $(-4, 4)$, $(3, 4)$ y $(-4, 0)$ satisface $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} \neq 0$.

45. Sí, porque el trabajo requerido para ir de punto a punto es independiente de la trayectoria tomada.

47. Falso. Sería verdad si \mathbf{F} fuera conservativo.

49. Verdadero 51. Demostración

53. a) Demostración b) $-\pi$ c) π

d) -2π ; no contradice el teorema 15.7 porque \mathbf{F} no es continuo en $(0, 0)$ en R encerrada por C .

e) $\nabla \left(\arctan \frac{x}{y} \right) = \frac{1/y}{1+(x/y)^2} \mathbf{i} + \frac{-x/y^2}{1+(x/y)^2} \mathbf{j}$

Sección 15.4 (página 1095)

1. 0 3. $\frac{32}{15}$ 5. ≈ 19.99 7. $\frac{4}{3}$ 9. 56 11. $\frac{32}{3}$ 13. 0

15. 0 17. $\frac{1}{12}$ 19. 8π 21. 4π 23. $\frac{225}{2}$ 25. πr^2

27. $\frac{32}{3}$ 29. Ver el teorema 15.8 en la página 1089.

31. Demostración

33. $(0, \frac{8}{3})$ 35. $(\frac{8}{15}, \frac{8}{11})$ 37. $3\pi a^2/2$ 39. $\pi - 3\sqrt{3}/2$

41. $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_C M \, dx + N \, dy = \iint_R \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right) dA = 0$;
 $I = -2\pi$ cuando C es un círculo que contiene el origen.

43. $\frac{16}{2}$

45. a) $n = 1$: 0 b) $n = 2$: $-\frac{4}{3}a^3$ c) 0

$n = 3$: 0 $n = 4$: $-\frac{16}{15}a^5$

$n = 5$: 0 $n = 6$: $-\frac{32}{15}a^7$

$n = 7$: 0 $n = 8$: $-\frac{256}{315}a^9$

47 a 49. Demostraciones

Sección 15.5 (página 1105)

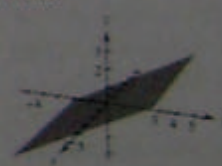
1. c) 2. d) 3. b) 4. a)

5. $y - 2z = 0$

Plano

7. $x^2 + z^2 = 4$

Cilindro

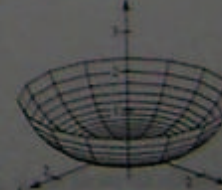


9. El paraboloide se refleja (invertido) en el plano xy .

11. La altura del paraboloide aumenta de 4 a 9.

13.

15.



17.



19. $r(u, v) = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + v\mathbf{k}$

21. $r(u, v) = 4 \cos u\mathbf{i} + 4 \sin u\mathbf{j} + v\mathbf{k}$

23. $r(u, v) = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + u^2\mathbf{k}$

25. $r(u, v) = v \cos u\mathbf{i} + v \sin u\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $0 \leq v \leq 3$

27. $x = u$, $y = \frac{u}{2} \cos v$, $z = \frac{u}{2} \sin v$, $0 \leq u \leq 6$, $0 \leq v \leq 2\pi$

29. $x = \sin u \cos v$, $y = \sin u \sin v$, $z = u$
 $0 \leq u \leq \pi$, $0 \leq v \leq 2\pi$

31. $x - y - 2z = 0$ 33. $4y - 3z = 12$ 35. $2\sqrt{2}$

37. $2\pi ab$ 39. $\pi ab^2 \sqrt{a^2 + 1}$

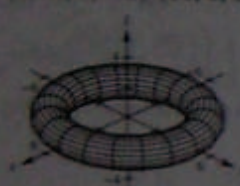
41. $(\pi/6)(17\sqrt{17} - 1) \approx 36.177$

43. Ver la "Definición de superficie paramétrica" en la página 1098.

45. a) $(-10, 10, 0)$ b) $(10, 10, 10)$

c) $(0, 10, 0)$ d) $(10, 0, 0)$

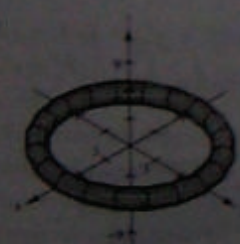
47. a)



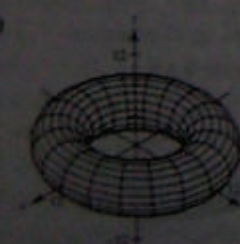
b)



c)



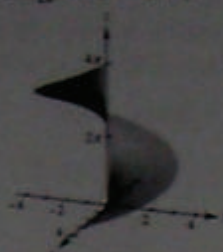
d)



El radio del círculo generador que es girado en torno al eje z es b , y su centro está a a unidades del eje de revolución.

49. $400\pi \text{ m}^2$

51. $2\pi \left[\frac{1}{3}\sqrt{13} + 2 \ln(3 + \sqrt{13}) - 2 \ln 2 \right]$



53. Hay varias respuestas. Respuesta ejemplo: sea

$x = (2 - u)(5 + \cos v) \cos 3\pi u$

$y = (2 - u)(5 + \cos v) \sin 3\pi u$

$z = 5u + (2 - u) \sin v$

donde $-\pi \leq u \leq \pi$, $-\pi \leq v \leq \pi$.

Sección 15.6 (página 1118)

1. 0 3. 10π 5. $27\sqrt{6}/2$ 7. $(391\sqrt{17} + 1)/240$

9. -11.47 11. $\frac{20\pi}{3}$ 13. $6\sqrt{3}$ 15. 8

17. $19\sqrt{2}\pi/4$ 19. $32\pi/3$ 21. 486π 23. $-\frac{4}{3}$

25. $243\pi/2$ 27. 20π 29. $\frac{5}{2}$

31. Ver el teorema 15.10, "Cálculo de una integral de superficie", en la página 1108.

33. Ver "Definición de la integral de flujo", en la página 1114; ver el teorema 15.11, "Cálculo de integrales de flujo", en la página 1114.

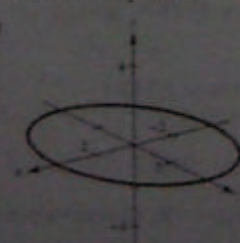
35. 0 37. Demostración 39. $2\pi a^3 h$ 41. $64\pi p$

43. a)



b) Si un vector normal a un punto P en la superficie se mueve una vez alrededor de la banda de Möbius, apuntará en la dirección opuesta.

c)



Circunferencia

d) Construcción

e) Una banda con doble vuelta y con longitud doble que la banda de Möbius.

Sección 15.7 (página 1126)

1. a^4 3. 18 5. $3a^4$ 7. 0 9. 32π

11. 0 13. 2304 15. 144π 17. 0

19. Ver el teorema 15.12, "Teorema de la divergencia", en la página 1120.

21 a 27. Demostraciones

Sección 15.8 (página 1133)

1. $-xy\mathbf{i} - \mathbf{j} + (yz - 2)\mathbf{k}$ 3. $[2 - 1/(1+x^2)]\mathbf{j} - 8x\mathbf{k}$
 5. $z(x - 2e^{x^2+z^2})\mathbf{i} - yz\mathbf{j} - 2ye^{x^2+z^2}\mathbf{k}$ 7. 2π 9. 0
 11. 1 13. 0 15. 0 17. $\frac{8}{3}$ 19. $a^5/4$ 21. 0
 23. Ver el teorema 15.13, "Teorema de Stoke", en la página 1128.
 25. Puesto que la circulación es determinada calculando el producto escalar de $\text{rot } \mathbf{F}$ y \mathbf{N} , la circulación sería 0.
 27. Hay varias respuestas. 29. Problema Putnam A5, 1987

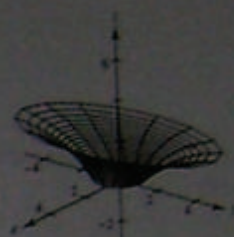
Ejercicios de repaso del capítulo 15 (página 1134)

1.



3. $(16x + y)\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$
 5. No conservativo
 7. Conservativo: $f(x, y) = 3x^2y^2 - x^3 + y^3 - 7y + K$
 9. No conservativo
 11. Conservativo: $f(x, y, z) = x/(yz) + K$
 13. a) $\text{div } \mathbf{F} = 2x + 2y + 2z$ b) $\text{rot } \mathbf{F} = 0$
 15. a) $\text{div } \mathbf{F} = -y \sin x - x \cos y + xy$
 b) $\text{rot } \mathbf{F} = xz\mathbf{i} - yz\mathbf{j}$
 17. a) $\text{div } \mathbf{F} = 1/\sqrt{1-x^2} + 2xy + 2yz$
 b) $\text{rot } \mathbf{F} = z^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{k}$
 19. a) $\text{div } \mathbf{F} = \frac{2x+2y}{x^2+y^2} + 1$
 b) $\text{rot } \mathbf{F} = \frac{2x-2y}{x^2+y^2}\mathbf{k}$
 21. a) $6\sqrt{2}$ b) 128π 23. $2\pi^2(1+2\pi^2)$
 25. a) $\frac{35}{2}$ b) 8π 27. $9a^2/5$
 29. $(\sqrt{10}e^{1-\cos 8}) \approx 32.528$ 31. $\frac{5}{3}$ 33. $2\pi^2$
 35. $\frac{64}{3}$ 37. $\frac{8}{3}$ 39. $\frac{8}{3}(3-4\sqrt{2}) \approx -7.085$
 41. 12 43. 15 45. 15 47. 15 49. $\frac{1}{12}$

51.



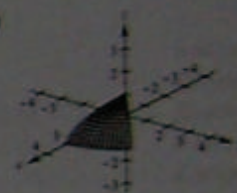
53. a)



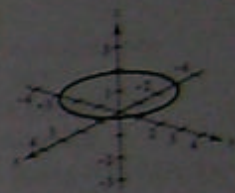
b)



c)



d)

e) ≈ 14.436 f) ≈ 4.269

Círculo

55.



0

57. 66 59. $2a^6/5$ 61. Demostración

SP Solución de problemas (página 1137)

1. a) $(25\sqrt{2}/6)k\pi$ b) $(25\sqrt{2}/6)k\pi$
 3. $I_x = (\sqrt{13}\pi/3)(27 + 32\pi^2)$; $I_y = (\sqrt{13}\pi/3)(27 + 32\pi^2)$;
 $I_z = 18\sqrt{13}\pi$
 5. $3a^2\pi$ 7. a) 1 b) $\frac{13}{15}$ c) $\frac{5}{2}$ 9. Demostración
 11. $M = 3mxy(x^2 + y^2)^{-5/2}$
 $\partial M/\partial y = 3mx(x^2 - 4y^2)/(x^2 + y^2)^{7/2}$
 $N = m(2y^2 - x^2)(x^2 + y^2)^{-5/2}$
 $\partial N/\partial x = 3mx(x^2 - 4y^2)/(x^2 + y^2)^{7/2}$
 Por tanto, $\partial N/\partial x = \partial M/\partial y$ y \mathbf{F} es conservativo.